ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΓΕΩΡΓΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΓΕΩΡΓΙΚΗΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΤΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΕΔΑΦΟΥΣ

ΚΑΡΓΑΣ Γ., ΚΕΡΚΙΔΗΣ Π.

ΑΘΗΝΑ 2012

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Οι σημειώσεις αυτές σκοπό έχουν να βοηθήσουν τους προπτυχιακούς φοιτητές μας στην καλύτερη εμπέδωση της θεωρίας και του εργαστηρίου του μαθήματος της Φυσικής Εδάφους. Περιλαμβάνουν ασκήσεις πάνω στα θέματα που διδάσκονται και αφορούν κυρίως την στατική και την δυναμική του εδαφικού νερού.

Πιο συγκεκριμένα περιλαμβάνουν ασκήσεις πάνω στα αντικείμενα:

1. Σχέση μάζας-όγκου των συστατικών του εδάφους
2. Χαρακτηριστική καμπύλη Υγρασίας,
3. Φαινόμενα στατικής του εδαφικού νερού
4. Φαινόμενα δυναμικής του εδαφικού νερού. Νόμος Darcy

Φιλοδοξία μας είναι στο μέλλον να καλυφθούν και άλλα αντικείμενα της φυσικής εδάφους και των αρδεύσεων πιο λεπτομερώς και εκτεταμένα.

Είναι σχεδόν βέβαιο ότι θα υπάρχουν κάποια λάθη ή δυσνόητες εκφράσεις τα οποία ελπίζουμε με την βοήθεια των φοιτητών μας να εντοπιστούν και στη συνέχεια να διορθωθούν.

Α. ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΑΖΑΣ-ΟΓΚΟΥ ΤΩΝ ΣΥΣΤΑΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

1. Ξηρό έδαφος θρυμματισμένο (σε μορφή σκόνης) 82 gr τοποθετείται σε γυάλινη φιάλη της οποίας ο όγκος είναι λίγο μεγαλύτερος από 100 cm3. Στην φιάλη αυτή προστίθεται νερό εξαερισμένο με προσοχή, έτσι ώστε να εκδιωχθεί όλος ο αέρας που τυχόν υπήρχε στο δείγμα εδάφους. Συμπληρώνεται η φιάλη μέχρι την γραμμή που υπάρχει στον λαιμό της, δηλαδή μέχρι τα 100 cm^3. Η μάζα του νερού που έχει συνολικά προστεθεί με την μάζα του δείγματος είναι 151 gr. Να βρείτε την πυκνότητα ρ_σ.

Λύση

Η πραγματική πυκνότητα των στερεών συστατικών του εδάφους ρ_σ ορίζεται από την σχέση $\rho_\sigma = \frac{m_\sigma}{V_\sigma}$ όπου m_σ=μάζα των στερεών συστατικών του εδάφους και V_σ=όγκος των στερεών συστατικών του εδάφους.

$m_\sigma = 82$ g
$m_\sigma + m_\nu = 151$ g $\rightarrow m_\nu = 69$ g

Από την μάζα του νερού m_ν βρίσκουμε τον όγκο του από την σχέση $V_\nu = \frac{m_\nu}{\rho_\nu}$, όπου ρ_ν=πυκνότητα του νερού (1 g/cm^3).

Αρα τα 69 g νερού καταλαμβάνουν όγκο 69 cm^3. Αρα ο όγκος των στερεών θα είναι 31 cm^3. Συνεπώς $\rho_\sigma = \frac{82}{31}$=2.645 g/$cm^3$.

2. Εδαφικό δείγμα έχει φαινόμενη πυκνότητα εδάφους ρ_0=1716 Kg/m3 και φαινόμενη πυκνότητα στερεών συστατικών ρ_φ=1430 Kg/m3. Βρείτε α) την υγρασία

κατά μάζα (w) και την υγρασία κατ' όγκο (θ) και β) Αν θs=0.4 cm3/cm3 πόσα κυβικά μέτρα νερού θέλει ένα στρέμμα για να κορεστεί μέχρι βάθους 60 cm;

Λύση

$\rho_0 = \frac{m_0}{V_0}$ (1)

$\rho_\phi = \frac{m_\sigma}{V_0}$ (2)

w=$\frac{m_\nu}{m_\sigma}$ (3)

θ=$\frac{\rho_\phi}{\rho_\nu} w$ (4)

Από (1) και (2) $\rho_0 - \rho_\phi = \frac{m_0 - m_\sigma}{V_0} = \frac{m_\nu}{V_0}$ (5)

Η (3) με την βοήθεια της (5) γίνεται w=$\frac{m_\nu}{m_\sigma} = \frac{V_0\left(\rho_0 - \rho_\phi\right)}{V_0 \rho_\phi} = \frac{\rho_0 - \rho_\phi}{\rho_\phi} = 0.2$ gr/gr

$\theta = \frac{1430}{1000}$ 0.2=0.286 m^3 / m^3

$I = \left(\theta_s - \theta\right) D = \left(0.4 - 0.286\right)$ 60 cm=6.84 cm=68.4 mm

3. Δείγμα εδάφους ζυγίζει 300 g και η κατά μάζα περιεκτικότητα του σε νερό είναι 0.28. Αν η κατά μάζα περιεκτικότητα του σε νερό στον κορεσμό είναι 0.361 και η πραγματική πυκνότητα στερεών ρ_σ=2.65 g/cm3 να βρείτε: 1) Την μάζα του νερού στο δείγμα, το ολικό πορώδες, την αναλογία του αέρα του εδάφους κατ' όγκο 2)Αν το πιο πάνω δείγμα θεωρείται αντιπροσωπευτικό της ανώτερης εδαφικής στρώσης πάχους 45 cm χωραφιού έκτασης 0.3 εκταρίων, πόσος όγκος νερού θα πρέπει να απομακρυνθεί από την εδαφική αυτή κατατομή ώστε η αναλογία του αέρα κατ' όγκο να γίνει 0.25

Λύση

$m_\sigma + m_\nu = 300$ g, w=$\frac{m_\nu}{m_\sigma} = 0.28$

$$m_\sigma + wm_\sigma = m_\sigma\left(1+w\right) = 300\ g \rightarrow m_\sigma = \frac{300}{1.2} = 234.75\ g$$

Αρα $m_\sigma = 234.75$ gr και $m_\nu = m_0 - m_\sigma = 65.62$ gr και ο όγκος του νερού 65.62 cm^3

Η μάζα του νερού στον κορεσμό θα είναι

$\frac{m_{\nu,\kappa}}{m_\sigma} = 0.361 \rightarrow m_{\nu,\kappa} = 0.361 * 234.375 = 84.6$ g και άρα ο όγκος του νερού

$$V_{\nu,\kappa} = \frac{m_{\nu,\kappa}}{\rho_\nu} = 84.6\ cm^3$$

Ο όγκος του αέρα στο δείγμα θα είναι (84.6-65.62)=18.98 cm^3

Η αναλογία του όγκου του αέρα θα είναι

$f_a = \frac{V_a}{V_0} = \frac{V_a}{V_{\nu,\kappa} + V_\sigma} = \frac{19.35}{84.6 + 88.44} = 0.119$ διότι $V_\sigma = \frac{m_\sigma}{\rho_\sigma} = 88.44$ g.

Αρα V_0=173.04 cm^3

Για να αυξηθεί σαν ποσοστό ο όγκος του αέρα από 0.109 σε 0.25 σημαίνει ότι πρέπει να απομακρυνθεί αντίστοιχος όγκος νερού. Ο όγκος του αέρα στο ποσοστό 0.25 αντιστοιχεί σε 173.04*025=43.26 cm^3. Αρα πρέπει να απομακρυνθούν (43.26-19.35)=23.91 cm^3 νερού.

Ετσι η θ του δείγματος θα μειωθεί από θ=$\frac{65.62}{173.04} = 0.379\ cm^3 / cm^3$ σε

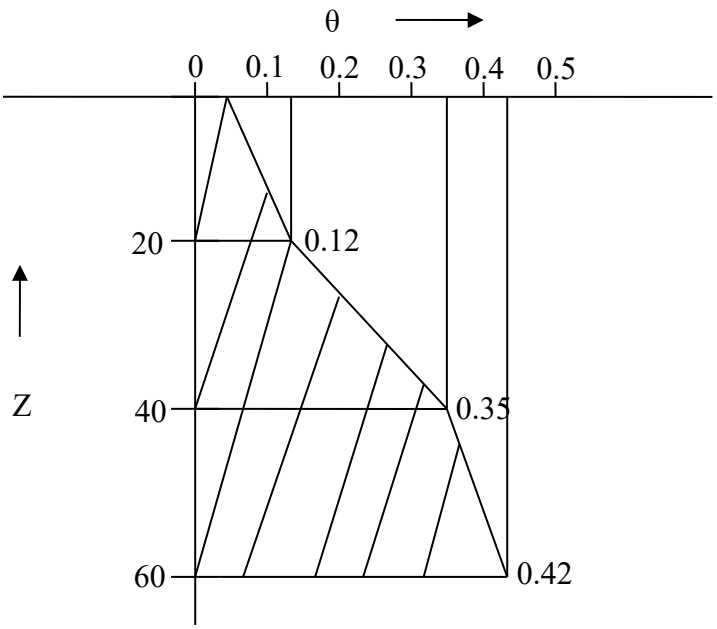
θ=$\frac{\left(65.62 - 23.91\right)}{173.04} = \frac{41.71}{173.04} = 0.241\ cm^3 / cm^3$

$I = D\left(\theta_{\alpha\rho} - \theta_{\tau\varepsilon\lambda}\right) = 45 * \left(0.379 - 0.241\right) = 6.21$ cm ή 62.1 mm ή 62.1 m^3/στρ. Αρα από τα 3 στρέμματα θα είναι 183.3 m^3.

4. Σε μία εδαφική κατατομή ελήφθησαν 3 δείγματα στα βάθη των 20 ,40 και 60 cm, με σκοπό να προσδιορισθεί η υγρασία τους με ζύγιση και κατόπιν να υπολογισθεί η ποσότητα του νερού που είναι αποθηκευμένη στο έδαφος το οποίο είναι ομοιογενές μέχρι του βάθους των 60 cm. Τα δείγματα είχαν όλα τον ίδιο όγκο που ήταν 100 cm^3 και την ίδια ξηρή μάζα που ήταν 130 g. Αν η υγρασία στην επιφάνεια του εδάφους ήταν 5% κ.ο. και τα δείγματα στα 20 ,40 και 60 cm, όταν αυτά ζυγίστηκαν υγρά ζύγιζαν 142, 165, και 172 g αντίστοιχα, να σχεδιασθεί η κατατομή υγρασίας και να υπολογισθεί η ποσότητα του νερού που είναι αποθηκευμένη στο έδαφος μέχρι του βάθους των 50 cm σε mm και σε m^3/στρ.

Λύση

Η μάζα του νερού στα βάθη 20,40 και 60 cm είναι αντίστοιχα 12, 35 και 42 gr. Ο όγκος του νερού στα αντίστοιχα βάθη θα είναι 12, 35 και 42 cm^3 αφού η πυκνότητα του νερού ρ=1 g/cm^3. Συνεπώς η υγρασία κ.ο στα αντίστοιχα βάθη θα είναι $\theta_{20} = \frac{V_v}{V_{ολ}} = \frac{12}{100} = 0.12$ cm^3/ cm^3, θ_{40}=0.35 cm^3/ cm^3 και θ_{60} =0.42 cm^3/ cm^3.



Η ποσότητα του νερού που είναι αποθηκευμένη μέχρι το βάθος των 50 cm είναι ίση

$I = I_1 + I_2 + I_3$ όπου I_1,I_2 και I_3 είναι τα ύψη νερού μέχρι τα βάθη 20, 40 και 50 cm.

I_1=20*(0.05+0.12)/2=1.7 cm=17 mm

I_2=20*(0.12+0.35)/2=4.7 cm=47 mm

I_3=10*(0.35+0.385)/2=3.67 cm=36.7 mm. Θεωρούμε ότι η υγρασία στα 50 cm είναι ίση με το ημιάθροισμα των υγρασιών στα 40 και στα 60 cm.

Αρα $I = I_1 + I_2 + I_3$=10,07 cm=100.7 mm ή 100.7 m^3/στρ

5. Η κατά μάζα υγρασία (ω) ενός εδαφικού δείγματος είναι 0.07 g/g. Σε ένα δείγμα 60 g, πόση είναι η μάζα του ξηρού εδάφους και πόση του νερού; Πόσο νερό πρέπει να προστεθεί στα 60 g εδάφους για να γίνει η ω=0.2 g/g

Λύση

$$\omega = \frac{m_\nu}{m_\sigma} = 0.07 \rightarrow m_\nu = \omega m_\sigma = 0.07 m_\sigma \text{ gr}$$

$$m_\nu + m_\sigma = m_0 = 60 \text{ g} \rightarrow m_0 = m_\sigma + \omega m_\sigma = m_\sigma (1+\omega) \rightarrow m_\sigma = \frac{m_0}{1+\omega} = 56.075\ g$$

$$m_\nu = m_0 - m_\sigma = 3.925 \text{ g}$$

$\omega = \frac{m_\nu}{m_\sigma} = 0.2$ g/g $\rightarrow 0.2 m_\sigma - 0.07 m_\sigma = 0.13 m_\sigma = 7.29$ g νερού πρέπει να προστεθούν για να αυξηθεί η ω από τιμή 0.07 g/g σε 0.2 g/g.

6. Σε ένα χωράφι, πρόκειται να καλλιεργηθεί βαμβάκι, το οποίο για τις συνθήκες της περιοχής, θα διαμορφώσει το ριζόστρωμά του μέχρι το βάθος του 1 m. Το έδαφος του χωραφιού αποτελείται από 4 στρώσεις πάχους 30 cm η καθεμία και για τις οποίες έχουμε προσδιορίσει τόσο την υγρασία του εδάφους στην υδατοϊκανότητα, όσο και στο σημείο μάρανσης. Τα αποτελέσματα των προσδιορισμών παρουσιάζονται για κάθε στρώση στον παρακάτω πίνακα.

Στρώση (cm)	**Θ_{FC} (cm^3/cm^3)**	**Θ_{WP} (cm^3/cm^3)**
0 -30	0.305	0.145
30-60	0.429	0.234
60-90	0.378	0.189
90-120	0.350	0.182

Οι συνθήκες που επικρατούν στην περιοχή ευνοούν τη διαμόρφωση ενός συντελεστή αποδοτικής χρήσης του νερού (ωφελιμότητας) στο επίπεδο του 0.65. Να υπολογιστεί η διαθέσιμη υγρασία, η ωφέλιμη υγρασία και η δόση άρδευσης. Αν υποθέσουμε ότι η καλλιέργεια εξατμισοδιαπνέει με ρυθμό 7 mm/day να υπολογιστεί και το εύρος άρδευσης.

Λύση

Η διαθέσιμη υγρασία (Available Soil Moisture, ASM) σε κάθε στρώση είναι ίση με την διαφορά της θ μεταξύ της θ στην υδατοϊκανότητα και στο σημείο μάρανσης.

Το ύψος νερού που αντιστοιχεί στην διαθέσιμη υγρασία μέχρι το βάθος του ενός μέτρου είναι ίσο

$$I_{ASM} = 30 \text{ cm} * 0.16 \text{ cm}^3 / cm^3 + 30 * 0.195 + 30 * 0.189 + 10 * 0.168 = 18 \text{ cm} = 180 \text{ mm}$$

Ενώ το ύψος που αντιστοιχεί στην ωφέλιμη υγρασία (Useful Soil Moisture, USM) είναι

$$I_{USM} = f30 \text{ cm} * 0.16 \text{ cm}^3 / cm^3 + f30 * 0.195 + f30 * 0.189 + f10 * 0.168 = 117 \text{ mm}$$

Η δόση άρδευσης ισούται με το ύψος νερού που αντιστοιχεί στην USM. Το εύρος άρδευσης δίνεται από την εξίσωση $T(days) = \frac{\Delta o\sigma\eta \ \ \alpha\rho\delta\epsilon\upsilon\sigma\eta\varsigma \text{ (mm)}}{\text{ET (mm/day)}} = \frac{117}{7}$ days

Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι το εύρος άρδευσης είναι περίπου 16 ημέρες.

Β. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ ΥΓΡΑΣΙΑΣ

1. Εδαφικό δείγμα όγκου 100 cm^3 τοποθετείται σε συσκευή Haines. Στα διάφορα φορτία πίεσης οι ενδείξεις της προχοίδας μετά την αποκατάσταση της ισορροπίας είναι

H(cm)	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120
V	31	31	30.3	29.2	27.5	25.5	23.3	21.5	19.1	17.8

Να σχεδιάσετε την ΧΚΥ όταν η θ_s=0.48 cm^3/cm^3.

Επίσης να υπολογίσετε την ποσότητα του νερού (m^3) που στραγγίζει από ένα εκτάριο εδάφους με χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας ίδια με την παραπάνω όταν η στάθμη του υπόγειου νερού κατέλθει από το βάθος των 40 cm στα 120 cm.

Λύση

Γνωρίζουμε ότι $\theta = \frac{V_\nu}{V_0} \rightarrow V_{\nu,\kappa} = \theta_s V_0 = 48\ \text{cm}^3$. Στην συνέχεια οι τιμές της θ προσδιορίζονται από τις διαφορές των ενδείξεων της προχοϊδας στα εκάστοτε φορτία πίεσης. Για παράδειγμα στα 10 cm οι διαφορές είναι μηδενικές, οπότε η θ είναι ίδια με την θs. Στα 20 cm έχουν βγει 31-30.3=0.7 cm^3. Ετσι η καινούργια θ στα 20 cm θα είναι $\theta = \frac{48-0.7}{100} = 0.473\ \text{cm}^3/\text{cm}^3$ κ.ο.κ Ο υπολογισμός της θ δίνει τις τιμές που αναφέρονται στον πίνακα

H(cm)	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120
V	31	31	30.3	29.2	27.5	25.5	23.3	21.5	19.1	17.8
θ	0.48	0.48	0.473	0.462	0.445	0.425	0.403	0.385	0.361	0.348

Για να βρούμε την ποσότητα που απομακρύνεται υπολογίζουμε με την μέθοδο των τραπεζίων την αρχική ποσότητα του νερού που βρίσκεται στην εδαφική κατατομή μέχρι το βάθος των 120 cm. Η ποσότητα αυτή είναι

$$I_1=90*0.48+\frac{0.473+0.480}{2}*10+\frac{0.462+0.473}{2}*10+\frac{0.445+0.462}{2}*10=571{,}6 \text{ mm}$$

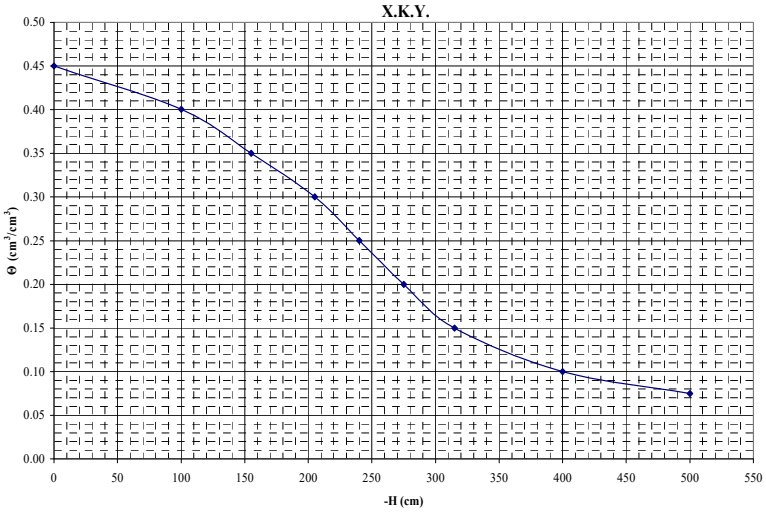
ενώ μετά την κάθοδο της στάθμης είναι I_2=384.6 mm. Από την διαφορά υπολογίζουμε το νερό που απομακρύνθηκε I=187 mm. Στο εκτάριο θα είναι 1870 mm (1 εκτάριο έχει έκταση S=10000=10^4 m^2).

2. Ποια είναι η περιεκτικότητα σε νερό ενός εδάφους του οποίου η ΧΚΥ δίνεται από την σχέση $\frac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r}=\left(\frac{H_A}{H}\right)^{\lambda}$ στο επάνω σημείο του οποίου με έναν τρόπο αποτρέπεται η εξάτμιση, όταν η στάθμη του υπόγειου νερού είναι στα 180 cm. H_A=-10 cm, λ=3.5 θ_r=0.05 και θ_s=0.45

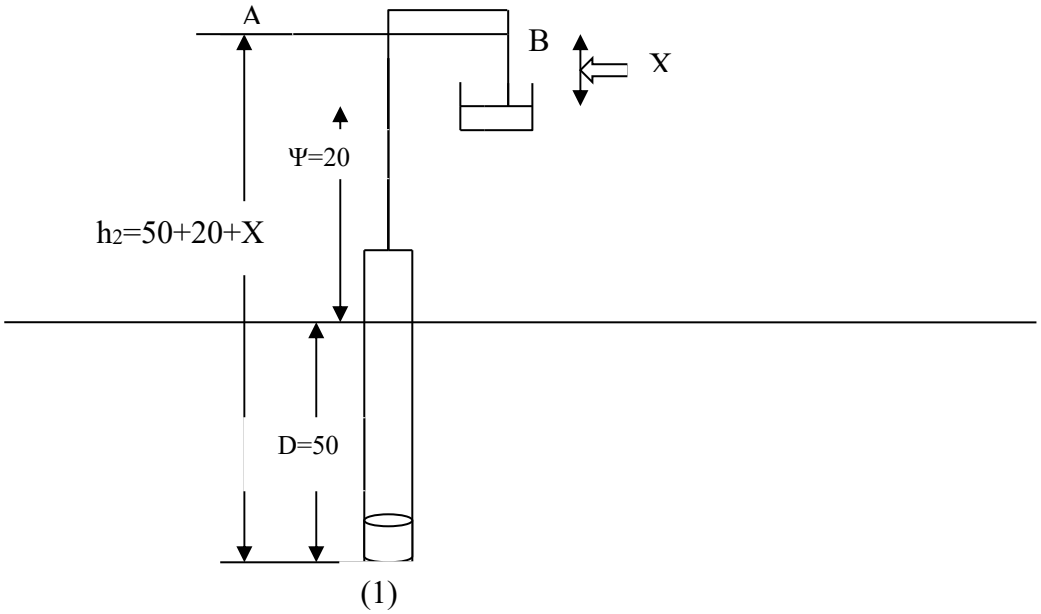
Λύση

$$\frac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r}=\left(\frac{H_A}{H}\right)^{\lambda}\rightarrow\theta=(\theta_s-\theta_r)\left(\frac{H_A}{H}\right)^{\lambda}+\theta_r=(0.45\text{-}0.05)(10/180)^{3.5}+0.05=0.05$$

3. Δίνεται η Χαρακτηριστική Καμπύλη Υγρασίας ομοιογενούς και ισότροπου εδάφους. Στο έδαφος έχει τοποθετηθεί υδραργυρικό τασίμετρο. Η στάθμη του υδραργύρου της λεκάνης του τασιμέτρου απέχει από το έδαφος 20cm και το τασίμετρο είναι τοποθετημένο στα 50cm βάθους εδάφους. Μέχρι ποιο βάθος θα κορεστεί το έδαφος αν εφαρμόσουμε 150m^3/στρέμμα τη στιγμή που η ανύψωση του υδραργύρου ανέρχεται στα 30cm από την υδραργυρική λεκάνη του τασιμέτρου; (Δίνεται η πυκνότητα του υδραργύρου ρm = 13.6 g/cm^3 και η πυκνότητα του νερού ρ = 1 g/cm^3).



Λύση



Αν φέρουμε οριζόντιο επίπεδο από την στάθμη της ανύψωσης του Hg τότε θα πρέπει $P_A=P_B$ (1) όπου $P_B=-\rho_{Hg}gX$ και $P_A=P-\rho g(50+20+X)=\rho gH-\rho g(70+X)$ (2). Από (1) και (2) προκύπτει ότι η πίεση του εδαφικού νερού θα είναι $H=h_2-13.6h_1=70+X-13.6X=100-408=-308$ cm

$I=D\ \Delta\theta \Rightarrow D=150/0.3=500$ mm

4. Σε ένα έδαφος με αρχική υγρασία θ=0.1 cm^3/cm^3 , η θ_s είναι 0.45 cm^3/cm^3 και η θ στην υδατοϊκανότητα 0.3 cm^3/cm^3. Να υπολογιστεί το βάθος του εδάφους που θα κορεστεί αμέσως μετά από βροχή 50 mm και μέχρι ποιο βάθος θα αυξηθεί η υγρασία στην υδατοϊκανότητα λόγω ανακατανομής του εδαφικού νερού. Να υπολογιστεί το ύψος του νερού που χρειάζεται για να κορεστεί το έδαφος μέχρι τα 100 cm.

Λύση

Η σχέση που συνδέει το ύψος του νερού και το βάθος που επικρατεί μια υγρασία είναι I=Dθ όπου I είναι το ύψος νερού, θ η κατ' όγκο υγρασία του εδάφους και D το βάθος του εδάφους στο οποίο επικρατεί η θ. Επειδή αρχικά το έδαφος έχει μία θ= 0.1 cm^3/cm^3 τότε το D θα είναι ίσο $D = \frac{I}{\theta_s - \theta_\alpha} = \frac{50}{0.45 - 0.1} = 142.8mm = 14.28cm$. Το βάθος του εδάφους στο οποίο θα επικρατήσει η υδατοϊκανότητα μετά από κάποιο διάστημα λόγω ανακατανομής θα είναι $D = \frac{I}{\theta_{\upsilon\delta\alpha\tau} - \theta_\alpha} = \frac{50}{0.3 - 0.1} = 250mm = 25cm$

Το ύψος του νερού που χρειάζεται για να κορεστεί το έδαφος μέχρι 125 cm θα είναι

$I = D(\theta_\varsigma - \theta_\alpha) = 125(0.45 - 0.1) = 43.75cm = 437.5mm$

5. Σε ομογενές έδαφος, η κατατομή της εδαφικής υγρασίας, που διαμορφώθηκε ύστερα από άρδευση ήταν γραμμική της μορφής

$$\theta(z) = 0.15 + 0.002z \quad (1)$$
$$0 \le z \le 100 \text{ cm}$$

οπου z=100 cm αναφέρεται στην εδαφική επιφάνεια.

Η εξατμισοδιαπνοή βρέθηκε ότι ακολουθεί επίσης γραμμική σχέση της μορφής

$E = E_0 + at \quad 0 \le t \le 20 \text{ days} \quad (2)$

E= Εξατμισοδιαπνοή σε mm/day

E_0 =5 mm/day

α=-0.1 mm/day

επιφέροντας μεταβολή της εδαφικής υγρασίας κατά τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρείται τόσο η γραμμικότητα της σχέσης (1) όσο και σταθερή η τιμή της εδαφικής υγρασίας στο βάθος των 100 cm στο έδαφος.

Σε πόσες ημέρες μετά την άρδευση το τασίμετρο που είναι εγκατεστημένο σε βάθος 40 cm θα δείχνει ανύψωση Hg 16 cm, όταν η ελεύθερη επιφάνεια του Hg απέχει από την επιφάνεια του εδάφους 40 cm.

Αν η άρδευση επιδιωχθεί να γίνεται όταν η μέση εδαφική υγρασία της κατατομής φτάνει στην τιμή θ=0.2 cm^3/cm^3, πόση θα πρέπει να είναι η δόση άρδευσης και ποιο το εύρος της.

Η ΧΚΥ του εδάφους δίνεται από την σχέση $\begin{matrix} \theta(\mathrm{H}) = \theta_s \ (1\text{-}\beta\mathrm{H})\exp(\beta H) \\ \theta_s, \qquad 0 \le \mathrm{H} \end{matrix}$

οπου θ_s =0.35 cm^3/cm^3 και β=1 m^{-1}

Λύση

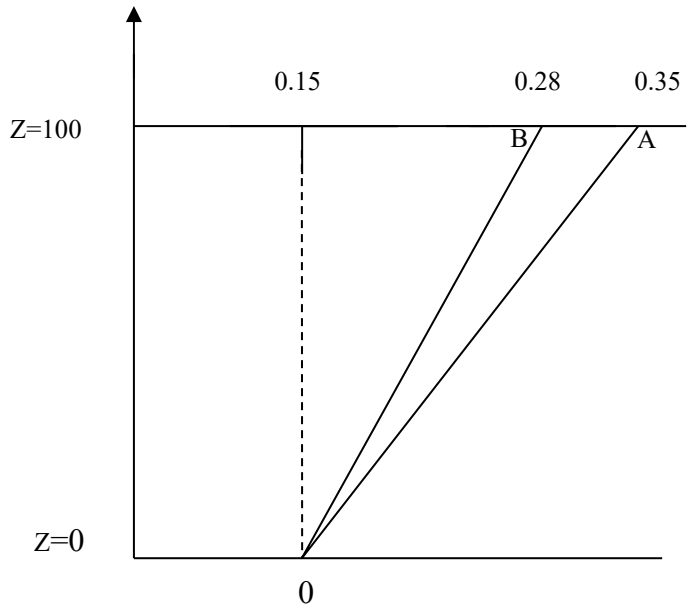
Αρχικά βρίσκουμε το φορτίο πίεσης, Η στο βάθος του τασιμέτρου, από τα στοιχεία που δίνονται: H=40+40+16-13.6*16=-121.6 cm. Από την ΧΚΥ που δίνεται και το φορτίο πίεσης Η που βρήκαμε πιο πάνω, προσδιορίζεται η υγρασία θ=0.23 cm^3/cm^3. Αυτή θα αντιστοιχεί στο z=60 cm.

Προεκτείνοντας την ευθεία θ(z) προσδιορίζουμε την υγρασία στην επιφάνεια του εδάφους για την ημέρα εκείνη, που το τασίμετρο είχε ανεβάσει τον Hg κατά 16 cm.

θ(60 cm)=0.15+A60=0.23 cm^3/cm^3

$\rightarrow$ A=0.00133 $\rightarrow$ θ(επιφανείας)=0.15+100*0.00133=0.28 cm^3/cm^3

Προσδιορίζουμε το νερό που έφυγε από την εδαφική κατατομή από το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ



E=100*(0.35-0.28)/2=3.5 cm=35 mm

Προσδιορίζουμε την αθροιστική εξατμισοδιαπνοή από την σχέση

$$E=\int_0^t E(t)dt=\int_0^t (E_0+\alpha t)dt=E_0 t+\alpha\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^t \rightarrow 35=5t-0.1t^2 \rightarrow t=8.42 \text{ ημερες}$$

Στην μέση θ, έχει φύγει νερό συνολικά E=(0.35-0.25)*100=50 mm και άρα η δόση άρδευσης θα είναι I=50 mm. Το εύρος άρδευσης στην νέα δόση άρδευσης θα είναι

$50=5t-0.1t^2 \rightarrow t=13.8$ ημερες.

6. Η ΧΚΥ εδάφους δίνεται κατά προσέγγιση από την αναλυτική σχέση

$$\theta(\mathrm{H})=\theta_s\ (1\text{-}\beta\mathrm{H})\exp(\beta H)$$
$$\theta_s, \qquad 0\le \mathrm{H}$$

οπου θ_s=0.45 cm^3/cm^3 και β=1 m^{-1}. Δείγμα από αυτό το έδαφος λαμβάνεται από μέσο βάθος 30 cm και ζυγίζει 200 g. Η ανύψωση του Hg σε διπλανό τασίμετρο, εγκατεστημένο στο ίδιο βάθος είναι 20 cm. Αν η απόσταση της ελεύθερης επιφάνειας του Hg από το πορώδες κύπελλο του τασιμέτρου είναι 80 cm και η φαινομενική πυκνότητα των στερεών συστατικών του εδάφους είναι 1600 Kg/m^3, να βρείτε τον

όγκο του δείγματος και την μάζα του νερού που περιέχει το πιο πάνω δείγμα. Πόσο ύψος νερού χρειάζεται δείγμα εδάφους 1 m σ' αυτή την κατάσταση για να κορεστεί.

Λύση

Από το τασίμετρο βρίσκουμε ότι το φορτίο πίεσης του εδαφικού νερού είναι H=80+x-13.6x=-172 cm.

Από την εξίσωση της ΧΚΥ η αντίστοιχη θ στο φορτίο πίεσης -172 cm είναι θ=0.219 cm^3/cm^3. Ο όγκος του νερού είναι $V_\nu=\theta*V_{ολ}$ και άρα η μάζα του υγρού είναι $m_\nu=\rho_\nu*V_\nu$. $\rho_\phi V_0+\rho_\nu\theta V_0=200\text{ g}\rightarrow V_0=109.9\text{ cm}^3$. Οπότε η μάζα του νερού $m_\nu=\rho_\nu\theta V=24.06\text{ g}$

Το ύψος του νερού $I=D(\theta_s-\theta_\alpha)=100(0.45-0.219)=23.1$ cm=231 mm

7. Η χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας περιγράφεται αναλυτικά απο την σχέση

$$\mathrm{H}(\theta)=-30\sqrt{\frac{0.25}{\theta^2}-1},\ 0.1\le\theta\le0.5$$

Να προσδιορίσετε τα φορτία πίεσης για θ=0.1,0.2,0.3,0.4 και 0.5 cm^3/cm^3.

Να βρείτε τις ακτίνες των πόρων που ανήκουν στις πέντε υγρασιακές περιοχές, θεωρώντας τους κυλινδρικούς

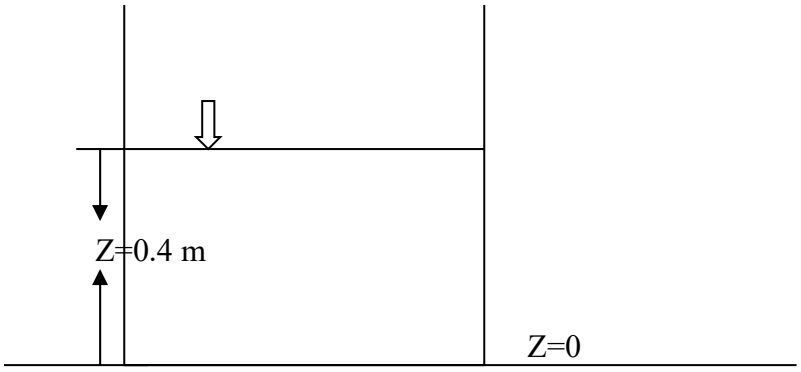
Λύση

Από την εξίσωση της ΧΚΥ βρίσκουμε για κάθε θ το αντίστοιχο φορτίο πίεσης. Η ακτίνα των πόρων που αντιστοιχεί σε κάθε υγρασιακή κατάσταση δίνεται από την εξίσωση $R=\frac{2\gamma}{\rho g\mathrm{H}}=\frac{2*72}{1*9.81*H}\rightarrow R=\frac{1}{H}0.1468\text{ (cm)}$. Δηλαδή μέχρι θ=0.1 cm^3/cm^3 είναι γεμάτοι με νερό οι πόροι που έχουν ακτίνα μέχρι R=9.99 10^{-4} cm , μέχρι θ=0.2 cm^3/cm^3 οι πόροι που έχουν ακτίνα μέχρι 2.13 10^{-3} cm κ.ο.κ

Θ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
-H(cm)	146.97	68.74	40.0	22.5	0.0
R(cm)	$9.99*10^{-4}$	$2.13*10^{-3}$	$3.67*10^{-3}$	$6.52*10^{-3}$	

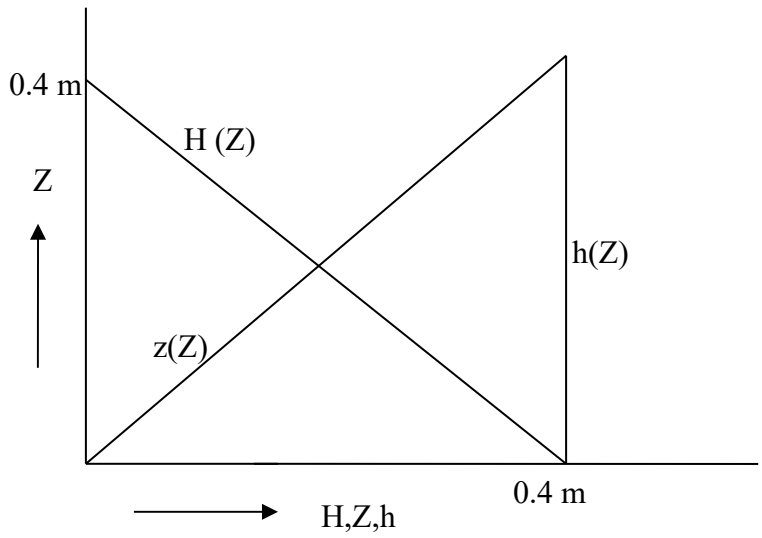
Γ. ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΝΕΡΟΥ

1. Να υπολογίσετε-σχεδιάσετε την κατατομή του φορτίου βαρύτητας, πίεσης και υδραυλικού φορτίου του νερού του σχήματος 1 το οποίο βρίσκεται μέσα σε δοχείο στην κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας



Σχήμα 1

Λύση



Επειδή το νερό είναι σε κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας το υδραυλικό φορτίο είναι παντού ίδιο με τιμή 0.4 m. Στο Z=0 το φορτίο πίεσης είναι 0.4 m και το φορτίο βαρύτητας 0 ενώ στην επιφάνεια το H=0 και το Z=0.4 m.

2. Τι σημαίνουν οι αρνητικές και οι θετικές του Z

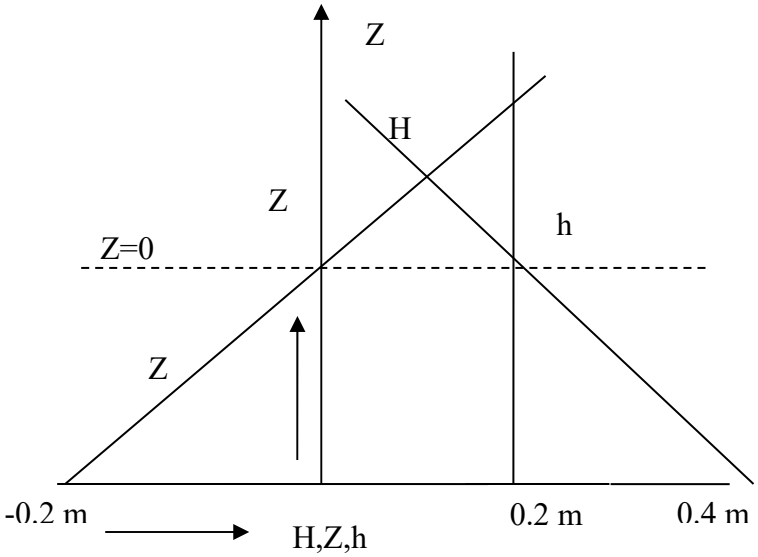
Λύση

Θετική τιμή έχουμε όταν ένα σημείο βρίσκεται πάνω από το σημείο που αυθαίρετα ορίστηκε Z=0 και αρνητικές όταν βρίσκεται κάτω από το Z=0.

3. Εάν το επίπεδο αναφοράς Z=0 στο σχήμα 1 είναι στο μέσον του δοχείου να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε πάλι τις ίδιες κατατομές

Λύση

Η κατανομή του H δεν αλλάζει γιατί το επίπεδο αναφοράς των πιέσεων είναι το ίδιο δηλαδή η επιφάνεια της υδάτινης επιφάνειας όπου H=0. Αλλάζει μόνο η κατανομή του Z αφού άλλαξε το επίπεδο αναφοράς. Η τιμή του h είναι σ' όλο το βάθος ίδια και ίση με την τιμή 0.2 m.



4. α) Να υπολογιστεί η ανύψωση του νερού σε γυάλινο τριχοειδή σωλήνα διαμέτρου D=70μm. Να σχεδιαστεί η κατανομή H(Z), Z(Z) και h(Z)

$\gamma=75gr/sec^2$

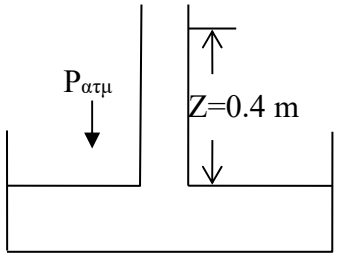
$\rho=1000Kg/m^3$

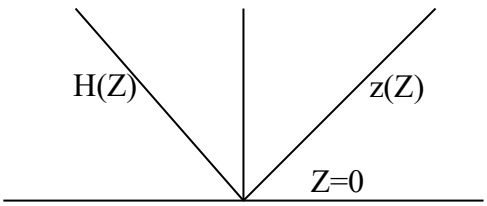
$g=9.81\ m/sec^2$

β) Εστω κύλινδρος γεμάτος με κάποιο έδαφος όπου στην βάση του υπάρχει πορώδης πλάκα ή κάποιο πανί για να μην φεύγει το έδαφος. Το κάτω μέρος του κυλίνδρου τοποθετείται μέσα σε δοχείο με νερό και καλύπτεται ένα τμήμα του κυλίνδρου με νερό. Τι παρατηρείται; Με κάποιο τρόπο αποτρέπεται η εξάτμιση του νερού στον κύλινδρο. Να σημειώσετε και να εξηγήσετε τις τιμές της θ και του φορτίου πίεσης σε διάφορα σημεία του κυλίνδρου που περιέχει το έδαφος. Να χαράξετε την σχέση H(Z).

Λύση

α) Ο υπολογισμός της ανύψωσης θα γίνει με την βοήθεια του τύπου $H=\frac{2\gamma}{\rho gr}$=0.4 m

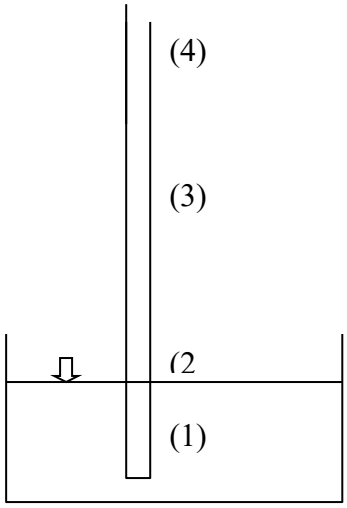


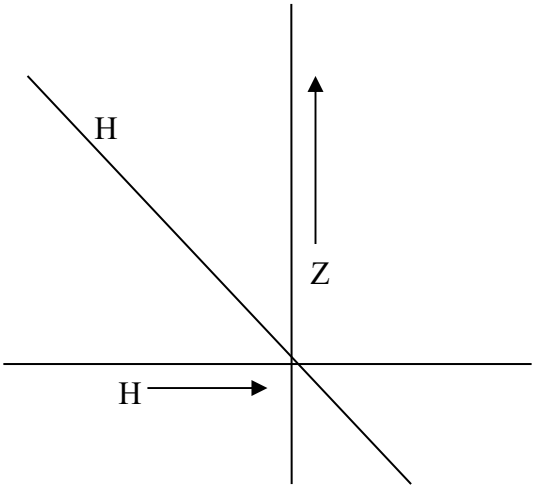


Κάτω ακριβώς από τον μηνίσκο το φορτίο πίεσης είναι αρνητικό και έχει απόλυτη τιμή ίση με το ύψος ανύψωσης του νερού στο τριχοειδή σωλήνα. Το φορτίο βαρύτητας στο ίδιο σημείο έχει τιμή Z=0.4 m. Το ίδιο ισχύει σε κάθε σημείο του

σωλήνα. Ετσι το υδραυλικό φορτίο έχει παντού την ίδια τιμή αφού έχουμε καθεστώς υδροστατικής ισορροπίας και στην συγκεκριμένη περίπτωση η τιμή του είναι μηδέν.

β)





Με την είσοδο της βάσης του κυλίνδρου στο νερό της δεξαμενής παρατηρείται διαβροχή του εδάφους που περιέχεται στον κύλινδρο.

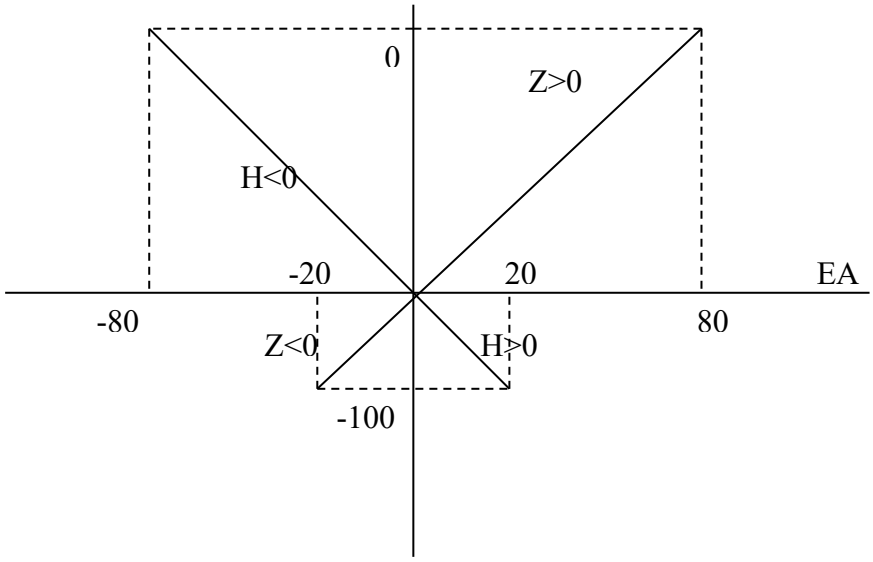
Κάτω από την επιφάνεια του νερού το φορτίο πίεσης το εδαφικού νερού έχει τιμές $H>0$ και η $\theta=\theta_s$

Στην επιφάνεια του νερού $H=0$ και η $\theta= \theta_s$

Πάνω από την επιφάνεια του νερού το φορτίο πίεσης γίνεται αρνητικό $H<0$ και η $\theta<\theta_s$. Όσο απομακρυνόμαστε από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού τόσο η θ γίνεται μικρότερη από την θ_s και το φορτίο πίεσης μικρότερο (μεγαλύτερου μεγέθους αρνητικές τιμές).

5. Σε ένα έδαφος που βρίσκεται σε ισορροπία, η στάθμη του υπόγειου νερού είναι σε βάθος 80 cm. Εάν θεωρήσουμε επίπεδο αναφοράς των υψών το βάθος αυτό να σχεδιαστούν οι κατατομές του φορτίου βαρύτητας, πίεσης και υδραυλικού φορτίου μέχρι το βάθος των 100 cm.

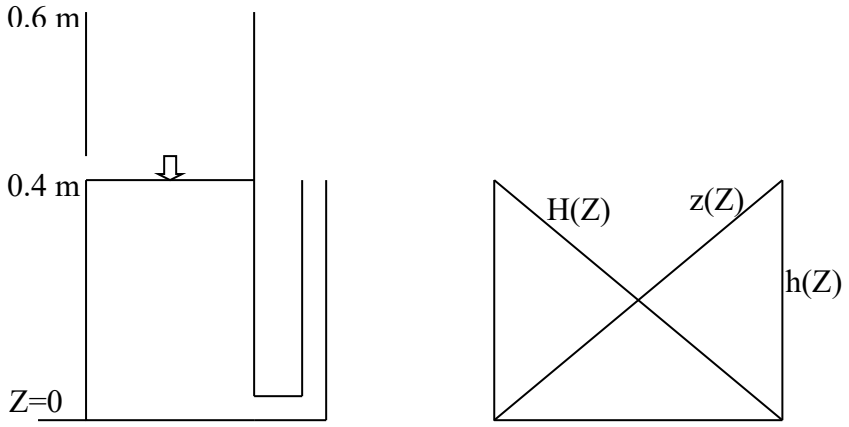
Λύση



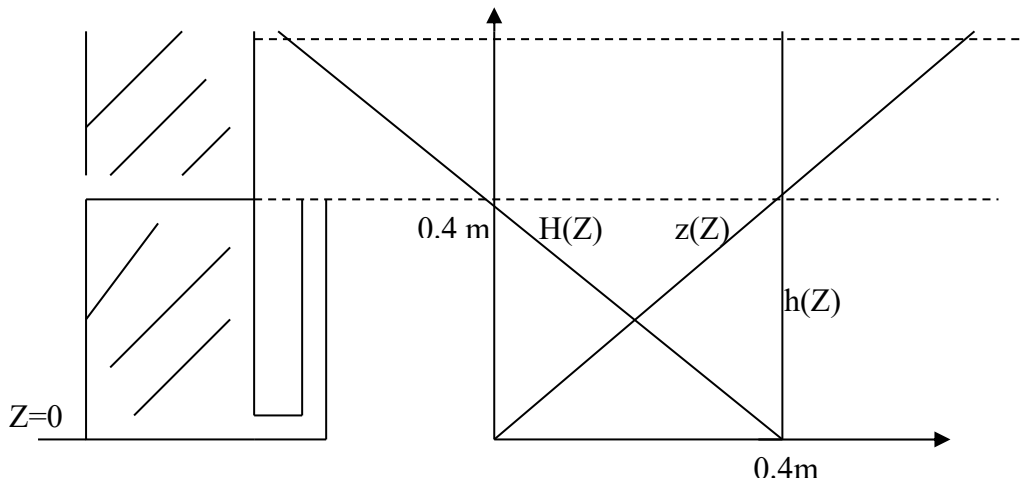
Στην ειδική περίπτωση της ισορροπίας u_z=0. Αρα $\frac{\partial h}{\partial z} = 0 \rightarrow \frac{\partial H}{\partial z} = -1$ και H(z)=-z+A.

Γνωρίζουμε όμως ότι στο z=0 (στο βάθος των 80 cm) το H=0 αφού εκεί βρίσκεται η υπόγεια στάθμη , οπότε το A=0 δηλαδή H(z)=-z και h(z)=H+z=0 cm.

6. Δίνεται δοχείο ύψους 0.6 m. Στο ύψος 0.4 m υπάρχει οπή. Στην βάση του υπάρχει σωλήνας ανύψωσης του νερού όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά το δοχείο πληρώνεται με νερό μέχρι την οπή. Να σχεδιαστεί η κατατομή του H(Z), Z(Z) και h(Z). Στην συνέχεια αδειάζουμε το νερό του δοχείου και το πληρώνουμε με άμμο μέχρι ύψος 0.6 m. Στην άμμο προκαλούμε κορεσμό και στην συνέχεια αφήνουμε το σύστημα να στραγγίσει διατηρώντας την στάθμη σταθερή στο ύψος της οπής. Όταν σταματήσει να εξέρχεται νερό να σχεδιάσετε της κατατομές H(Z), Z(Z) και h(Z)



Σχήμα για την περίπτωση Α.



Σχήμα για την περίπτωση Β (Εδαφος)

Λύση

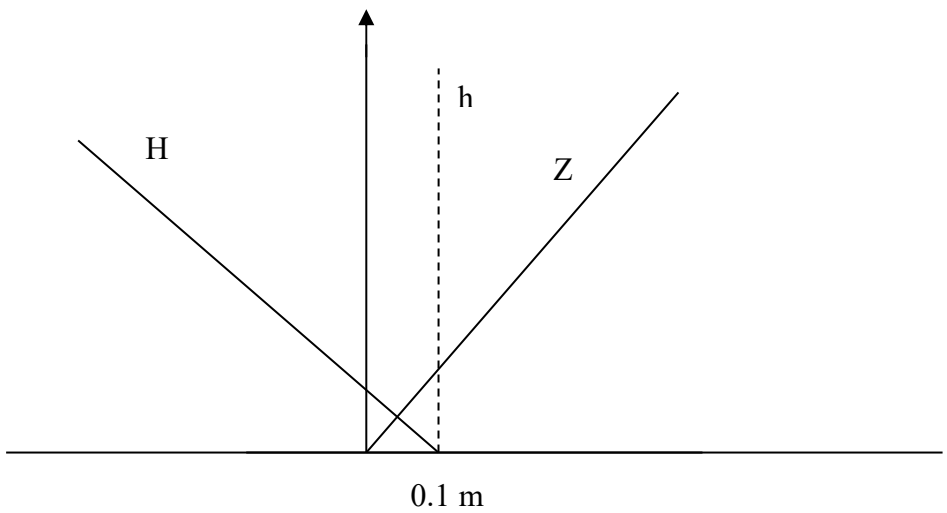
Α) Εφόσον έχουμε καθεστώς υδροστατικής ισορροπίας η κατατομή είναι ίδια με την άσκηση 1 από Z=0 έως Z=0.4 m.

Β) Εφόσον έχουμε καθεστώς υδροστατικής ισορροπίας το h θα είναι παντού ίδιο και θα έχει τιμή h=0.4 m εφόσον στο Z=0 έχει αυτή την τιμή (Z=0, H=0.4 m και h=Z+H=0.4m). Το φορτίο βαρύτητας είναι 0 στο Z=0 και αυξάνεται γραμμικά μέχρι το Z=0.6m. Το φορτίο πίεσης οφείλει να μειώνεται γραμμικά με το ύψος. Στο σημείο

Z=0.4m όπου υπάρχει οπή το H=0, άρα από εκεί και πάνω το H<0 και στο Z=0.6 m παίρνει τιμή H=-0.2 m.

7. Εαν στο δοχείο με την άμμο της άσκησης 6 ανοιχτεί οπή στο Z=0.1 m, τι θα γίνει με την στάθμη του φρεατίου ορίζοντα; Ποια θα είναι η τιμή του υδραυλικού φορτίου μετά την απόκτηση ισορροπίας;

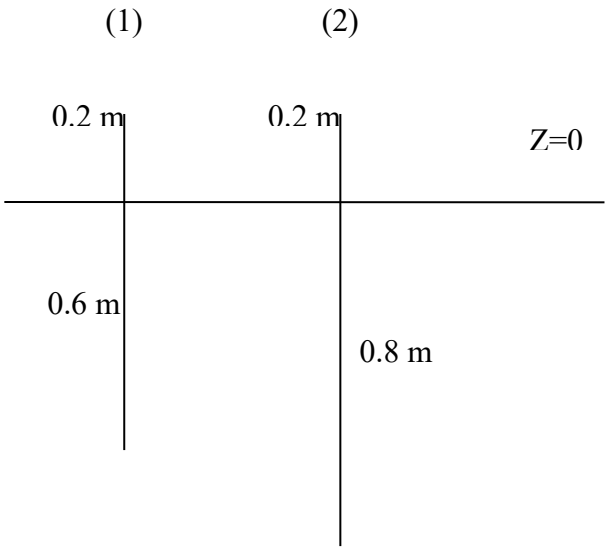
Λύση



Η στάθμη μετά από κάποιο χρονικό διάστημα θα πέσει στο Z=0.1 m. Το νέο h θα είναι h=0.1 m διότι η στάθμη του φρεατίου ορίζοντα θα προκαλέσει μείωση του H και συνεπώς του h. Στο ανώτερο σημείο το Z θα είναι Z=0.6 m και το H=-0.5 m.

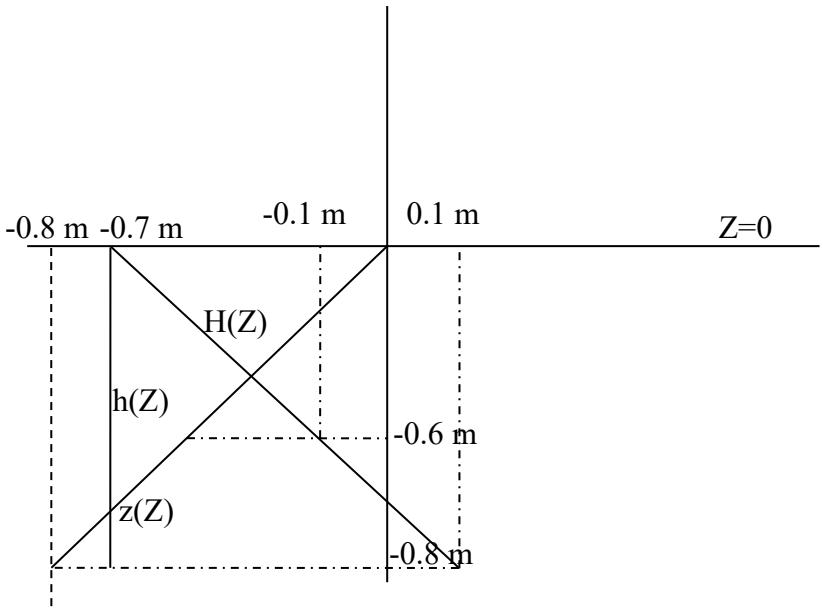
8. Δύο τασίμετρα βρίσκονται σε έδαφος στο οποίο επικρατεί κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας. Η στάθμη του υδραργύρου είναι 20 cm πάνω από την επιφάνεια του εδάφους και στα δύο τασίμετρα. Το πορώδες κύπελο (κάψα) του τασιμέτρου 1 είναι σε βάθος 0.6 m ενώ του τασιμέτρου 2 σε βάθος 0.8 m. Το φορτίο πίεσης του εδαφικού νερού που αντιστοιχεί στο τασίμετρο 1 είναι H_1=-0.1 m. Να ευρεθεί φορτίο πίεσης που αντιστοιχεί στο τασιμέτρου 2. Ποιο συμπέρασμα εξάγεται

για την θέση της κάψας του τασιμέτρου 2 που βρίσκεται σε βάθος 0.8 m; Να φτιαχτούν οι κατατομές του φορτίου πίεσης και βαρύτητας αν η μεταβολή H(Z) είναι γραμμική.



Λύση

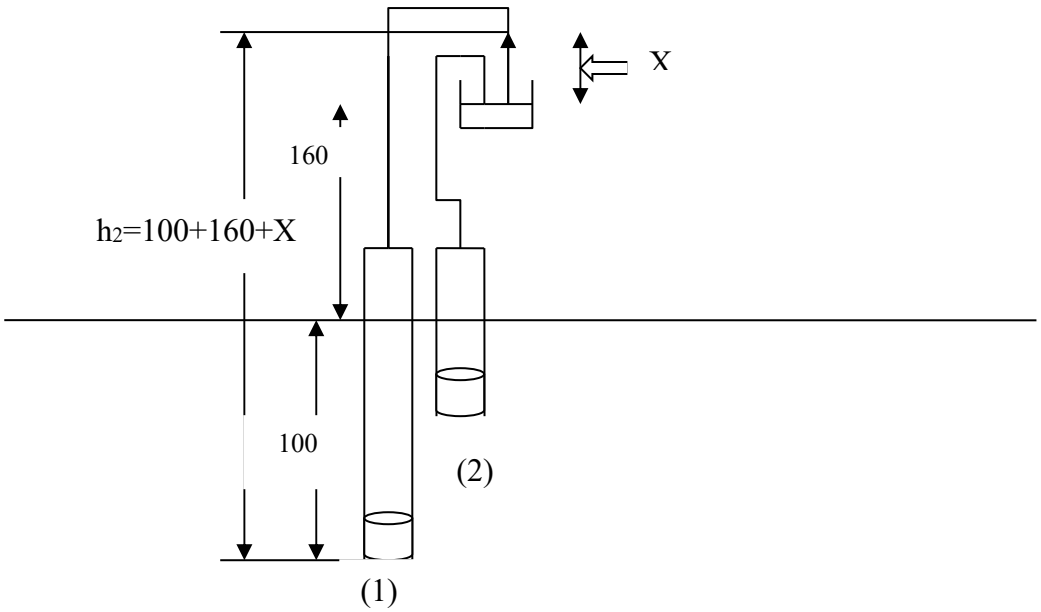
Επειδή έχουμε ισορροπία τότε το υδραυλικό φορτίο θα είναι ίδιο παντού, δηλαδή η κλίση του υδραυλικού φορτίου είναι μηδέν. Ετσι $h_1=h_2$ και $h_1=H_1+Z_1=-0.1-0.6= -0.7$ m. $h_2= H_2+Z_2=-0.7$ m. Συνεπώς το $H_2= h_2- Z_2=-0.7-(-0.8)=0.1$ m. Το τασίμετρο (2) συνεπώς είναι κάτω από την στάθμη του υπόγειου υδροφόρου και οι κατατομές θα είναι



9. Να δώσετε σχηματικά το διάγραμμα ενός υδραργυρικού τασιμέτρου εγκατεστημένου στο έδαφος σε βάθος 100 cm όπου το φορτίο πίεσης του εδαφικού νερού είναι 10 cm. Αν η ελεύθερη επιφάνεια του Hg απέχει 160 cm από την επιφάνεια του εδάφους, να υπολογίσετε την ανύψωση του Hg. Ποια θα είναι η ανύψωση του υδραργύρου σε διπλανό τασίμετρο εγκατεστημένο σε βάθος 50 cm, αν η κλίση του υδραυλικού φορτίου είναι 0.5;

Λύση

Η εξίσωση που μας δίνει την πίεση Η του εδαφικού νερού η οποία καταγράφεται από το υδραργυρικό τασίμετρο είναι $H = h_2 - \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{νερου}} \mathrm{X}$. Στην περίπτωση αυτή η ανύψωση του υδραργύρου θα είναι X=19.84 cm. Επειδή το φορτίο πίεσης είναι θετικό (H=10 cm) αυτό σημαίνει ότι το τασίμετρο (κάψα) βρίσκεται κάτω από την φρεάτια στάθμη 10 cm.



Για το δεύτερο τασίμετρο. Αφού

$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial H}{\partial z} + 1 = 0.5 \rightarrow \frac{\partial H}{\partial z} = -0.5$ ή $\frac{H_1 - H_2}{z_1 - z_2} = -0.5$ και θεωρώντας z=0 στην επιφάνεια του εδάφους $\frac{10 - H_2}{-100 - (-50)} = -0.5 \rightarrow H_2 = -15$ cm και άρα η ανύψωση του υδραργύρου στο δεύτερο τασίμετρο, με βάση την εξίσωση του τασιμέτρου θα είναι $-15 = 50 + 160 + X - 13.6X \rightarrow X = 17.86$ cm .

10. Να υπολογίσετε και να συγκρίνετε τα τριχοειδή ύψη σε σωληνωτό αγωγό με διάμετρο D=5*10^{-5} m για νερό με επιφανειακή τάση γ=0.072 N/m και διάλυμα σαπουνιού με γ=0.01 N/m. Θεωρείστε μηδενική γωνία επαφής και πυκνότητα για τα δύο υγρά ίση με 1gr/cm^3.

Λύση

$$P = \rho g H = -\frac{2\gamma \cos\phi}{r} \rightarrow H = -\frac{2\gamma}{\rho g r}$$

Νερό: $H = \dfrac{2*0.072\left(\dfrac{N}{m}\right)}{10^3 \dfrac{Kg}{m^3} * 9.81 \dfrac{m}{\sec^2} * 2.5*10^{-5} m} = 58.7 \text{ cm}$

Σαπουνοδιάλυμα: $H = 8.15 \text{ cm}$

Δ. ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΝΕΡΟΥ

ΝΟΜΟΣ DARCY

1. Γιατί και πως μεταβάλλεται η υδραυλική αγωγιμότητα (K) συναρτήσει του φορτίου πίεσης;

Λύση

Στον κορεσμό όπου $\theta=\theta_s$ και $H \geq 0$ η υδραυλική αγωγιμότητα K έχει την μέγιστη τιμή της K_s. Οταν μικραίνει η υγρασία θ και αντίστοιχα το φορτίο πίεσης, μειώνεται και το ποσοστό διατομής του πορώδους μέσου που είναι διαθέσιμο για ροή. Συνεπώς θα πρέπει να αναμένεται μείωση της K καθώς η θ μειώνεται. Με την μείωση της θ και του φορτίου πίεσης (γίνεται περισσότερο αρνητικό) το νερό θα αποχωρεί από τους μεγάλους πόρους αφού όπως προκύπτει από την ΧΚΥ οι μεγάλοι πόροι αδειάζουν πρώτα, και στην ροή θα συνεισφέρουν μόνο οι μικρότεροι πόροι. Αποτέλεσμα αυτού είναι η μείωση της K με την μείωση του H.

Από τον νόμο του Poiseuille φαίνεται ότι η ταχύτητα ροής σε έναν τριχοειδή σωλήνα είναι ανάλογη της τέταρτης δύναμης της ακτίνας του σωλήνα. Ετσι μια μικρή μεταβολή της ακτίνας επιφέρει μεγάλη αύξηση ή μείωση της ταχύτητας ειδικά στις μεγάλες ακτίνες. Ετσι παρόλο ότι το πορώδες δεν μοιάζει με δέσμη τριχοειδών σωλήνων μπορεί να βγεί το συμπέρασμα ότι η μεταβολή της K με τη θ είναι μεγαλύτερη στις μεγάλες θ απ' ότι σε μικρές θ.

2. Να αποδειχτεί η σχέση $\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial s}$

Λύση

Εστω στοιχειώδης όγκος νερού διαστάσεων α,b και s. Ο όγκος του νερού που θα εισέρχεται στον στοιχειώδη όγκο στην μονάδα του χρόνου θα είναι

$u_s \alpha b \Delta t$

Ο όγκος που εξέρχεται θα είναι

$\left(u_s + \Delta u\right) \alpha b \Delta t$

Ο όγκος που παραμένει στον στοιχειώδη όγκο είναι

$u \alpha b \Delta t - (u + \Delta u) \alpha b \Delta t = \Delta q \alpha b \Delta t$

Ο στοιχειώδης όγκος είναι

$ab\Delta s$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι

$$\Delta \theta = \frac{\Delta u \alpha b \Delta t}{ab \Delta s} \rightarrow \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = -\frac{\Delta u}{\Delta s}$$

και τελικά σε διαφορική μορφή

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial s}$$

που σημαίνει ότι ο βαθμός αύξησης της u στην κατεύθυνση s είναι ίσος με τον βαθμό μείωσης της θ στον χρόνο t.

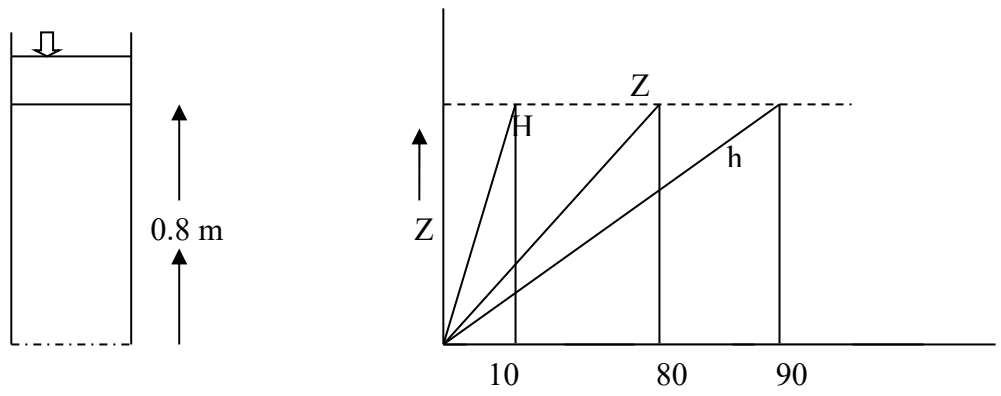
3. Εστω κατακόρυφη κορεσμένη στήλη L=80 cm και διατομής A=20 cm^2. Το φορτίο πίεσης στην επιφάνεια είναι 10 cm. Να ευρεθεί η K_s όταν η u=-1.35 10^{-5} m/s και να φτιαχτούν τα διαγράμματα H(Z) και h(Z). Τι θα συμβεί αν τρυπήσουμε την στήλη στο Z=0.5 m. Ποιο θα είναι το H στο Z=0.5 m; Θα συνεχιστεί η έξοδος νερού;

Ποιος όγκος νερού θα εξέλθει σε 1 ώρα; Ποια θα είναι η νέα κατανομή H(Z) και h(Z).

Λύση

Θεωρούμε Z=0 στην βάση της στήλης. Από τον νόμο του Darcy η K_s δίνεται από την σχέση

$$K = \frac{-u}{\frac{dH}{dZ}+1} = 1.2\ 10^{-5}\ \text{m/s}$$



Όταν ανοιχτεί η οπή τότε θα εξέλθει νερό διότι το H>0 στο Z=0.5 m. Όμως το H γρήγορα θα αποκτήσει τιμή H=0. Η έξοδος του νερού από την οπή θα συνεχιστεί και μετά την απόκτηση της τιμής H=0 διότι στο πάνω μέρος της στήλης θα έχουμε κλίση

$$\frac{dh}{dZ} = \frac{dH}{dZ} + 1 = \frac{0.4}{0.3}$$

Η ταχύτητα κίνησης του νερού στην πάνω περιοχή θα είναι

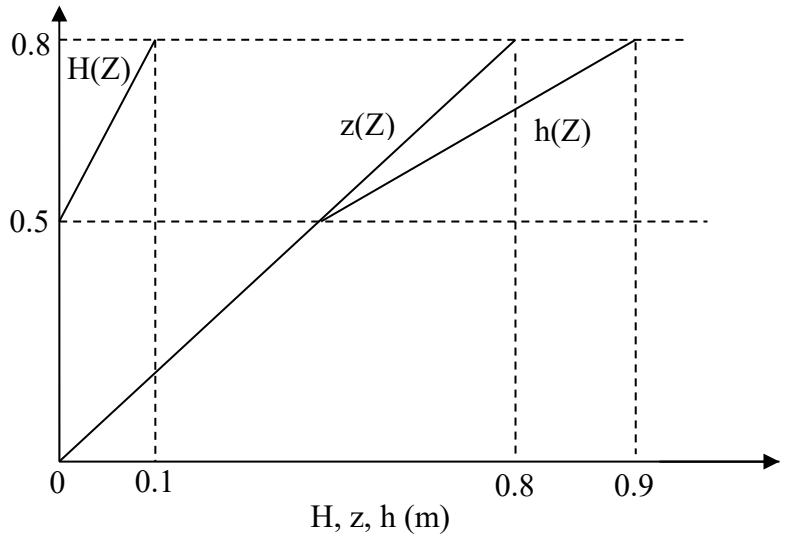
$$u_1 = 1.2 10^{-5} \frac{0.4}{0.3} = 1.6 10^{-5} m/s$$

Στο κάτω μέρος της στήλης μεταξύ της οπής και της βάσης της στήλης η ταχύτητα u_2 θα είναι $u_2 = 1.2 10^{-5} m/s$ αφού η κλίση του υδραυλικού φορτίου είναι 1 και άρα η u_2 θα έχει την ίδια τιμή με την K_s.

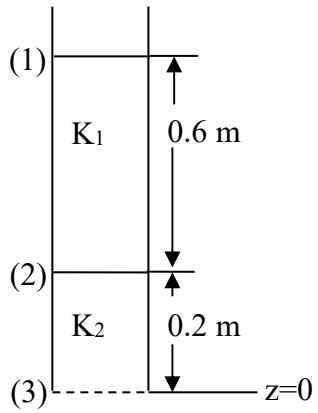
Συνεπώς στο σημείο Z=0.5 m το νερό θα εξέρχεται με ταχύτητα $u=u_1-u_2=0.4\ 10^{-5}$ m/s. Σε μία ώρα (1h) θα έχει βγει όγκος νερού

$$V = uAt = 0.4*10^{-5}*20*10^{-4}*3600 = 28.8cm^3/h$$

Η νέα κατατομή H(Z) και h (Z) θα είναι



4. Δίνεται στήλη όπως στο παρακάτω σχήμα η οποία περιλαμβάνει δύο διαφορετικά κορεσμένα πορώδη μέσα με $K_{s1}=6\ K_{s2}$. Το φορτίο πίεσης στην επιφάνεια είναι 0.1 m. Η ταχύτητα κίνησης του νερού είναι ίδια κατά μήκος της στήλης. Να ευρεθεί το φορτίο πίεσης στο σημείο τομής των δύο διαφορετικών πορωδών μέσων. Να φτιάξετε τα διαγράμματα H(Z) και h(Z). Εάν $K_{s1}=1.2\ 10^{-5}$ m/s να ευρεθεί η u.

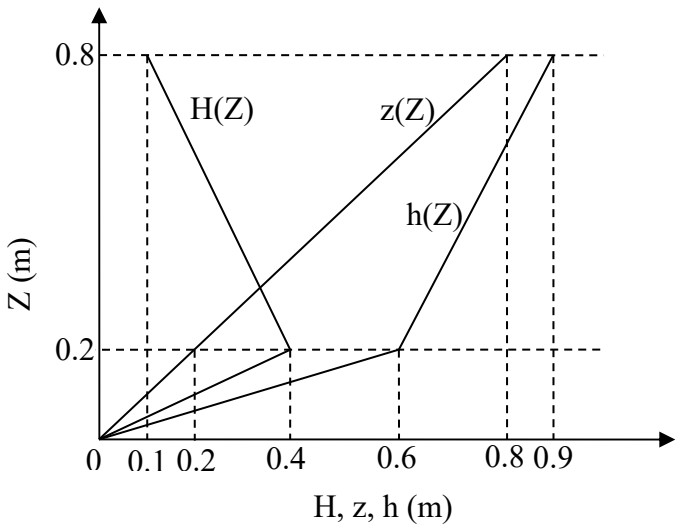


Λύση

Εφόσον η ταχύτητα είναι ίδια στις δύο στρώσεις, τότε η κλίση του υδραυλικού φορτίου θα είναι αντιστρόφως ανάλογη της K κάθε στρώσης. Για να βρούμε το H στο σημείο τομής εφαρμόζουμε τον ν. Darcy ανάμεσα στα σημεία (1)-(2) (πορώδες μέσο 1) και (2)-(3) (πορώδες μέσο 2) με επίπεδο αναφοράς Z=0 στην βάση της στήλης.

$$|u_1| = K_{s1}\frac{0.8+0.1-x-0.2}{0.6} = |u_2| = K_{s2}\frac{x+0.2}{0.2}$$

Όπου προκύπτει ότι x=0.4 m.



H u= 1.2 10^{-5} 0.3/0.6=6 10^{-6} m/s

5. Εστω ότι τα παραπάνω αντανακλούν την κατάσταση σε αρδευόμενο χωράφι με ρύζι όπου $K_{s1} = 1.2*10^{-5}$ m/s. Να βρεθεί σε mm και σε m^3/εκτάριο ο όγκος νερού σε ημερήσια βάση που χρειάζεται για σταθερό H (m) στην επιφάνεια του χωραφιού.

Λύση

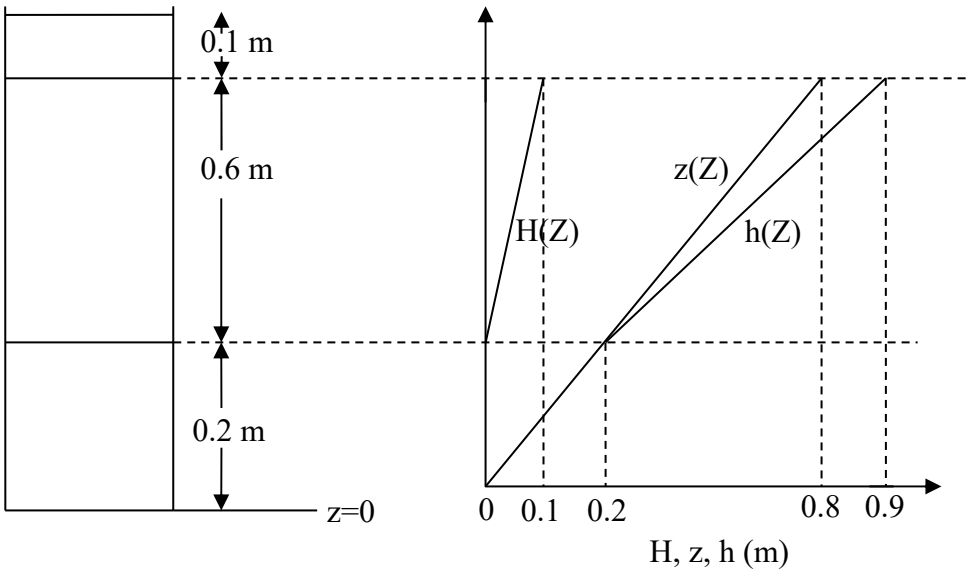
V=IA=uAt

Η ταχύτητα $u=610^{-6}$ m/s και άρα I=518 mm ή 5180 m^3/εκταριο

Η κατάσταση αυτή μπορεί να δημιουργηθεί από την συνεχή κίνηση των αγροτικών μηχανημάτων μέσα στον αγρό, με συνέπεια να συμπιέζεται η εδαφική κατατομή ενώ παράλληλα το επιφανειακό τμήμα χαλαρώνει λόγω του οργώματος. Ετσι στα όρια μεταξύ του οργωμένου και του συμπιεσμένου μπορεί να εμφανιστεί στάθμη νερού. Το αντίθετο συμβαίνει με τη δημιουργία επιφανειακής κρούστας στο έδαφος.

6. Τι θα συμβεί αν στο όριο των δύο στρώσεων τοποθετηθεί στραγγιστικό δίκτυο; Να φτιαχτεί διάγραμμα H(Z) και h(Z) . Να υπολογιστεί η u σε κάθε στρώση.

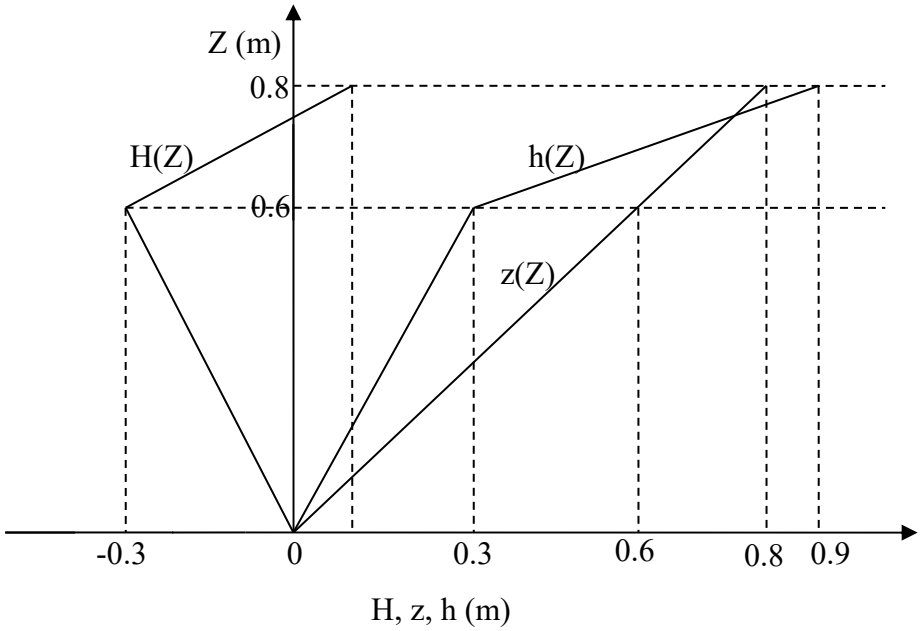
Λύση



Αν στο όριο των στρώσεων τοποθετηθεί στραγγιστικό δίκτυο τότε το φορτίο πίεσης στο σημείο επαφής θα είναι H=0. Η ταχύτητα κίνησης του νερού στην επάνω στρώση θα είναι $u_1=1.2\ 10^{-5}\ 0.7/0.6=1.4\ 10^{-5}$ m/s και η $u_2=0.2\ 10^{-5}$ m/s. Αρα η u_1 αυξάνεται συγκριτικά με την προηγούμενη περίπτωση ενώ η u_2 μειώνεται από $6\ 10^{-6}$ σε $2\ 10^{-6}$ m/s.

7. Αντίστροφο πρόβλημα με την άσκηση 4, δηλαδή η στρώση 2 είναι από πάνω.

Λύση



Το φορτίο πίεσης στο σημείο επαφής των στρώσεων θα βρίσκεται πάλι από την εφαρμογή του Darcy ανάμεσα στις στρώσεις όπως στην άσκηση 4

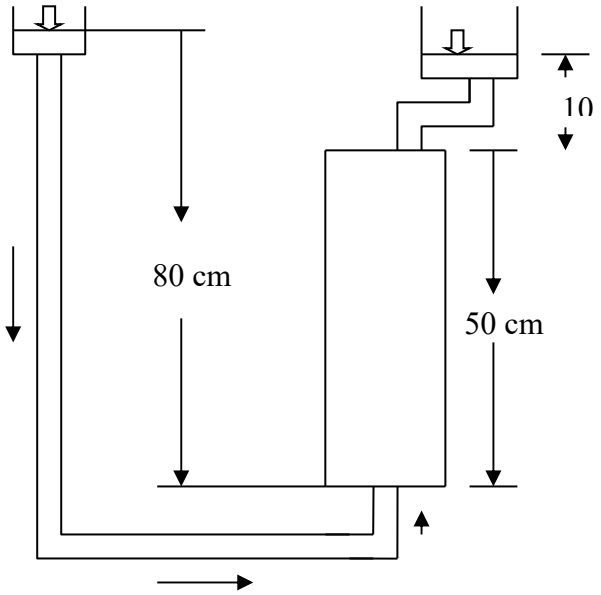
$$K_2 \frac{0.1+0.8-x-0.6}{0.2} = K_1 \frac{x+0.6}{0.6}$$

Οπότε x=-0.3 m. Η αρνητική τιμή του φορτίου πίεσης στο σημείο επαφής των δύο στρώσεων οφείλεται στο γεγονός ότι η κλίση στην επάνω στρώση η οποία έχει 6 φορές μικρότερη K_s πρέπει να είναι πολύ μεγαλύτερη από την κλίση στην κάτω στρώση ώστε να αποκτάται η ίδια u στις δύο στρώσεις.

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι H<0 σε όλο σχεδόν το μήκος της στήλης. Εάν σε αυτό το H η στήλη γίνεται ακόρεστη δηλαδή H< air entry value τότε το φαινόμενο αντιβαίνει την υπόθεση ότι η στήλη πρέπει να είναι κορεσμένη.

8. Σε κορεσμένη κατακόρυφη στήλη με άμμο η κίνηση του νερού γίνεται από κάτω προς τα επάνω όπως φαίνεται στο σχήμα. Εάν η διατομή της στήλης είναι 100

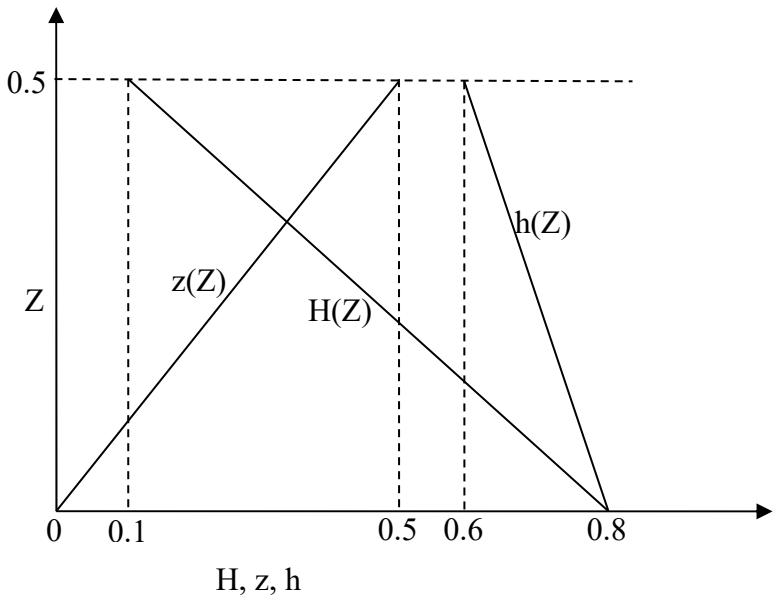
cm^2 και η παροχή q=180 cm^3/h να βρεθεί η K_s και να σχεδιαστούν οι κατατομές του φορτίου πίεσης , βαρύτητας και υδραυλικού φορτίου.



Λύση

Η ταχύτητα με την οποία κινείται το νερό στην στήλη θα είναι $u = \frac{q}{A} = 5.10^{-6} m/s$

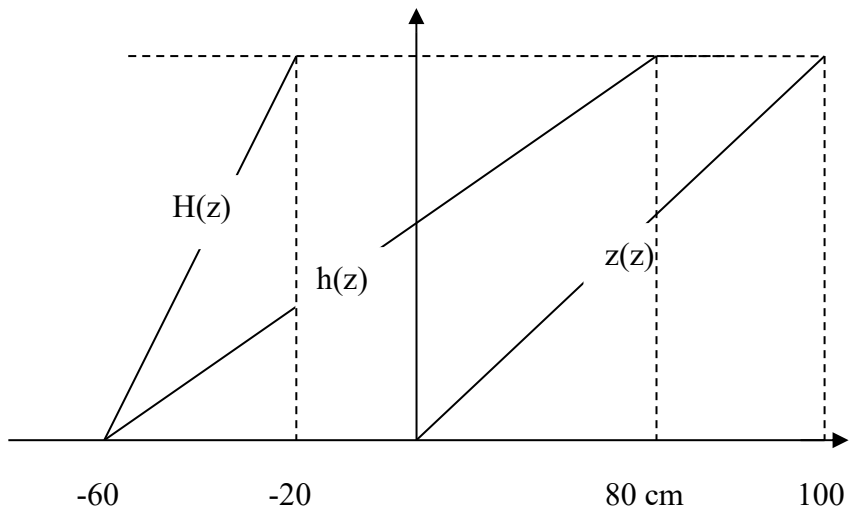
και η $K_s = \frac{u}{dh/dZ}$ =5 10^{-6}/0.4=1.25 10^{-5} m/s



9. Δίνεται κατακόρυφη πορώδης στήλη μήκους 100 cm. Τα φορτία πίεσης στην άνω και στην κάτω επιφάνεια είναι -20 cm και -60 cm αντίστοιχα. Αν η μέση υδραυλική αγωγιμότητα του πορώδους μέσου είναι 1 cm/h να βρεθεί η ταχύτητα ροής και να σχεδιαστούν οι κατατομές των φορτίων πίεσης, βαρύτητας και του υδραυλικού φορτίου.

Λύση

$$u_z = -K\frac{\partial h}{\partial z} = K\ \frac{h_2 - h_1}{z_2 - z_1} = -1\frac{cm}{h}\ \frac{80+60}{100-0} = -1.4\ cm/h$$



10. Κορεσμένη εδαφική στήλη ύψους 2 m αφήνεται να στραγγίσει. Αν η ΧΚΥ αποδίδεται από την σχέση

θ=θs, H>-100cm

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{900}\left(10^3 + H\right),\ \left(\text{-1000} \le \text{H} \le \text{-100}\right)\ \text{cm}$$

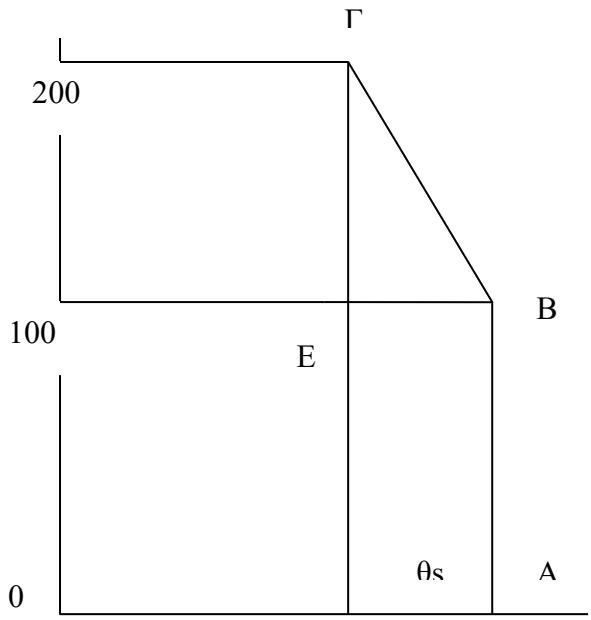
$\theta = \theta_r$, H<-1000 cm

με θs=0.45 cm^3/cm^3 και θr=0.10 cm^3/cm^3 .Να βρείτε την κατατομή θ(Z), μετά το πέρας της στράγγισης καθώς και το αποθηκευμένο στη στήλη νερό.

Λύση

Εφόσον το έδαφος έχει στραγγίσει τούτο σημαίνει ότι $u_z = -K\dfrac{\partial h}{\partial z} = 0$ για κάθε z>0.

Δηλαδή $\dfrac{\partial h}{\partial z} = 0$ και $\dfrac{\partial H}{\partial z} = -1$ και άρα H(z)=-z+A. Αφού όμως στο z=0 το H=0 η τιμή του A=0. Αυτό σημαίνει ότι H(z)=-z, για κάθε z$\in$ $[0,2]m$



θ (Z=200 cm)=θ(H=-200 cm)= $0.1+\frac{0.45-0.1}{900}(1000-200)=0.411\ \text{cm}^3/cm^3$

I=Εμβαδόν(ΟΑΒΓΔ)= $0.411*200+\frac{1}{2}(0.45-0.411)*100+100(0.45-0.411=88.05$

cm.

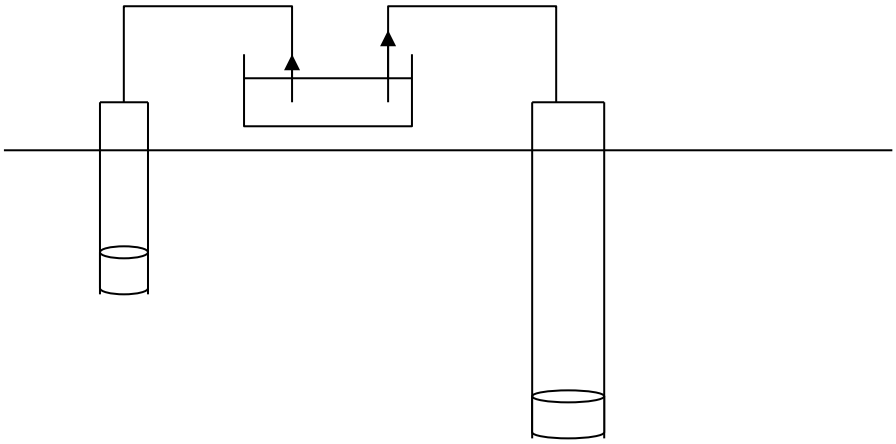
11. Δυο τασίμετρα είναι εγκατεστημένα σε εδαφική κατατομή σε βάθη 40 και 80 cm αντίστοιχα. Η απόσταση της ελεύθερης επιφάνειας του Hg από την επιφάνεια του εδάφους είναι 10 cm και για τα δύο τασίμετρα. Η ανύψωση του Hg για το πρώτο τασίμετρο είναι 7.5 cm ενώ για το άλλο 9 cm.

Α) Να σχεδιάσετε τις κατατομές του φορτίου πίεσης και του υδραυλικού φορτίου

Β) Να υπολογίσετε σε ποιο βάθος βρίσκεται ο υδροφόρος ορίζοντας θεωρώντας ότι η σχέση H(Z)=aZ+b

Γ) Να βρείτε στην κατάσταση ισορροπίας ποιες θα είναι οι ανυψώσεις του Hg στα δύο τασίμετρα

Δ) Να σχεδιάσετε την κατατομή της υδραυλικής αγωγιμότητας στην κατάσταση ισορροπίας όταν γνωρίζουμε ότι $K = K_0 e^{aH}$ (K_o=15 cm/h, α=0.01 cm^{-1})



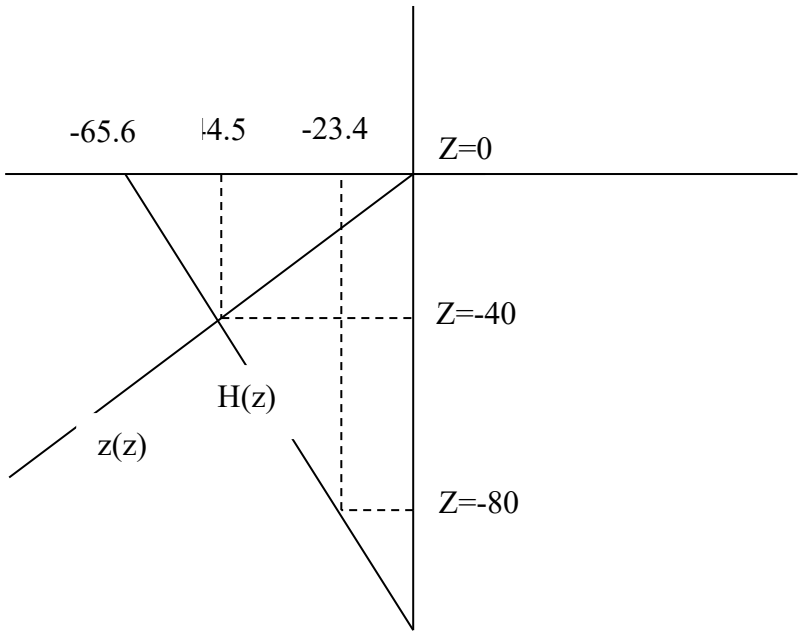
Λύση

Α) H_1=40+10+X_1-13.6X_1=-44.5 cm

H_2=80+10+X_2-13.6X_2=-23.4 cm

Εάν θεωρήσουμε Z=0 στην επιφάνεια του εδάφους τότε τα υδραυλικά φορτία h_1 και h_2 αντίστοιχα θα είναι h_1=-44.5-40=84.5 και h_2=-23.4-80=103.4 cm. Συνεπώς το νερό κινείται από πάνω προς τα κάτω. Η κλίση του φορτίου πίεσης δίνεται από την

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{H_1 - H_2}{z_1 - z_2} = \frac{-44.5-(-23.4)}{-40-(-80)} = \frac{-21.2}{40} = -0.527$$



Β) Για να βρεθεί το βάθος Z στο οποίο το H=0 (στάθμη υδροφόρου) πρέπει να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων a και b της εξίσωσης H(Z)=aZ+b αφού η άσκηση υποθέτει ότι το H μεταβάλλεται γραμμικά με το βάθος. Η τιμή της παραμέτρου a μπορεί να υπολογιστεί από την κλίση του φορτίου πίεσης $\frac{dH}{dZ}=\frac{aZ_1+b-aZ_2-B}{Z_1-Z_2}=\frac{a\left(Z_1-Z_2\right)}{Z_1-Z_2}=a=-0.529$ όπως υπολογίστηκε στο Α ερώτημα. Η τιμή της παραμέτρου b θα ισούται με την τιμή του φορτίου πίεσης στο Z=0 αφού H(Z=0)=aZ+b=b. Η κλίση μεταξύ του πρώτου τασιμέτρου και της επιφανείας του εδάφους όπου Z=0 θα είναι $\frac{H_{z=0}-H_1}{z_0-z_1}=-0.527\rightarrow\frac{H_{z=0}+44.5}{0+40}=-0.527\rightarrow H_{z=0}=-65.6\text{ cm}$. Συνεπώς η παράμετρος b έχει τιμή b=-65.6 cm.

Οπότε για την εύρεση του βάθους της υπόγειας στάθμης

$$H(z)=0\rightarrow z=\frac{65.6}{-0.527}=-124.47\text{ cm}$$

Γ) Στην κατάσταση ισορροπίας θα έχουμε $u_z=0$ για κάθε z<0. Αρα

$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial H}{\partial z} + 1 = 0 \rightarrow \frac{\partial H}{\partial z} = -1 \rightarrow H(z) = -z + b$ και αφού στο z=-124.47 cm το

H=0 $\rightarrow$ b=-124.47 cm. Αρα στην κατάσταση ισορροπίας αλλάζουν οι τιμές των

παραμέτρων a και b

Ετσι $H_1(z=-40) = -(-40) - 124.47 = -84.47$ cm
$H_2(z=-80) = -(-80) - 124.47 = -44.47$ cm

Οπότε η ανύψωση του υδραργύρου στο τασίμετρο σε βάθος 40 cm, εάν εφαρμόσουμε

την εξίσωση του τασιμέτρου, θα είναι $-84.47 = 40 + 10 - 12.6X_1 \rightarrow X_1 = 10.67$ cm. Η

ίδια τιμή ανύψωσης θα είναι και στο τασίμετρο 2

Δ) Στο z=-124.47 cm όπου βρίσκεται η υπόγεια στάθμη του νερού η K=Ks. Ενώ στα

βάθη z=-40 και z=-80 cm αφού γνωρίζουμε τα φορτία πίεσης στην ισορροπία (-84.47

και -44.47 cm) από την εξίσωση που δίνεται βρίσκουμε ότι

$K(-44.47) = 15$ cm/h $e^{-0.4447} = 9.61$ cm/h
$K(-84.47) = 15$ cm/h $e^{-0.8447} = 6.44$ cm/h

12. Ομοιογενής κατακόρυφη πορώδης στήλη ύψους 1 m στραγγίζει από κατάσταση κορεσμού. Αν η ΧΚΥ δίνεται από την προσεγγιστική σχέση

$\theta = \frac{\theta_s}{1 + \beta H^2}$ με $\theta_s = 0.45$ cm^3/cm^3 και β=64 m^{-2}

Να βρείτε την κατατομή υγρασίας στην κατάσταση ισορροπίας

Λύση

Στην κατάσταση ισορροπίας θα έχουμε $u_z = 0$ για κάθε z>0. Αρα

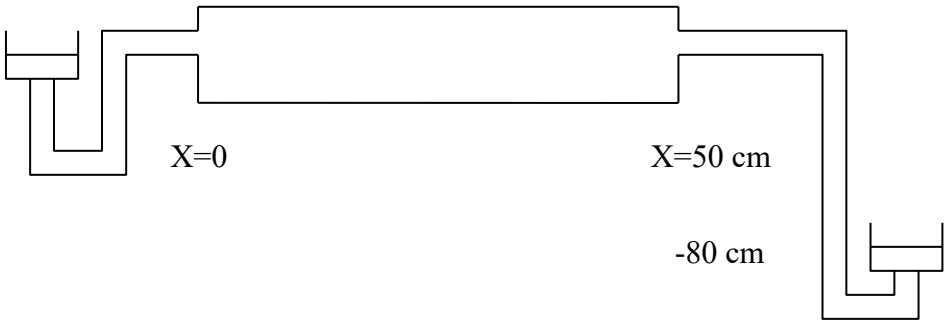
$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial H}{\partial z} + 1 = 0 \rightarrow \frac{\partial H}{\partial z} = -1 \rightarrow H(z) = -z + b$ και αφού στο z=0cm το H=0 $\rightarrow$ b=0

και $H(z) = -z$. Από την εξίσωση της ΧΚΥ που μας δίνεται βρίσκουμε για κάθε z

άρα και για κάθε H(z) την αντίστοιχη υγρασία π.χ στο z=0.20 m η θ=0.126 m^3/m^3 ή

$\theta(z) = \frac{\theta_s}{1+\beta z^2}$, $0 \le z \le 100$ cm.

13. Δίδεται οριζόντια πορώδης στήλη μήκους 50 cm όπως στο Σχήμα



Αν K(H)=4+0.02H σε cm/day να βρείτε

Α) Την μέση ταχύτητα ροής $\bar{q}$ διαμέσου της στήλης

Β) Την σχέση H(x) κατά μήκος της στήλης

Γ) Την K(x)

Σημείωση: Να ληφθεί υπόψη ότι $\bar{q} = \frac{1}{L}\int_0^L q(x)dx$

Λύση

Α) $q = -K(H)\frac{dH}{dx} = -(4+0.02H)\frac{dH}{dx}$

Για μέσο φορτίο πίεσης H=-40 cm η υδραυλική αγωγιμότητα θα είναι

$K(\bar{H} = -40$ cm)=4-0.02*40=3.2 cm/day

$$\frac{dH}{dx} = \frac{H_1 - H_2}{x_1 - x_2} = \frac{0+80}{0-50} = -\frac{8}{5}$$

$$\bar{q} = \frac{8}{5} * 3.2 = 5.12 \text{ cm/day}$$

Β)

$$\bar{q} = \frac{1}{x}\int_0^x q(x)dx = \frac{1}{x}\int_0^x -(4+0.02H)\frac{dH}{dx}dx = \frac{1}{x}\left(-4H - 0.01H^2\right) \rightarrow \bar{q}x = -4H - 0.01H^2$$

$$H^2 + 400H + 512x = 0 \rightarrow H(x) = -200 + \sqrt{40000 - 512x}$$

Γ) Με αντικατάσταση στην σχέση K(H)=4+0.02H της τελευταίας σχέση H(x) αποκτούμε την σχέση K(x). Για παράδειγμα στην θέση X=40 cm το H=-60.3 cm ενώ η K(X=40)=4+0.02 (-60.3)=2.79 cm/day

14. Να δείξετε σχηματικά εδαφική κατατομή με κλίση υδραυλικού φορτίου ίση με -1 και στην οποία υπάρχει υπόγεια στάθμη νερού στο βάθος των 2 m. Ποια είναι η τιμή του φορτίου πίεσης στην εδαφική επιφάνεια, όπου $z=z_0$ (Ο άξονας είναι θετικός προς τα επάνω)

Λύση

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial H}{\partial z} + 1 = -1 \rightarrow \frac{\partial H}{\partial z} = -2 \rightarrow H(z) = -2z + b$$

Εφόσον στο $z = 0$ το H=0 τότε b=0 και $H(z) = -2z$. Στην επιφάνεια z=2 m το H=-4m

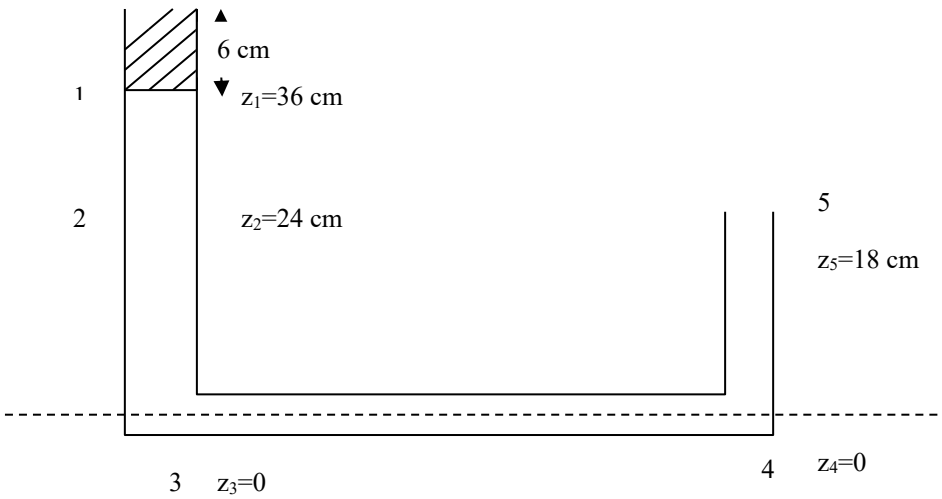
15. Σε ομογενές έδαφος τα 3 πορώδη πλακίδια που είναι εγκατεστημένα στα βάθη 30,100 και 200 cm δείχνουν (μέσω των μετρήσεων των αντιστάσεων τους) τα εξής φορτία πίεσης -1163, -1078 και -1054 cm αντίστοιχα. Να προσδιορίσετε (και να εξηγήσετε) την κατεύθυνση κίνησης του νερού (κατά την κατακόρυφο) ανάμεσα στα πλακίδια 1-2 και 2-3. Αν K=Ks exp(aH) με Ks=5 cm/day, και α=0.005 (1/cm) να υπολογίσετε τις μέσες ταχύτητες του εδαφικού νερού στις πιο πάνω περιπτώσεις.

Λύση

Για να προσδιοριστεί η κατεύθυνση κίνησης του νερού θα πρέπει να ευρεθεί η τιμή του υδραυλικού φορτίου στο σημείο που βρίσκεται κάθε πλακίδιο. Θεωρούμε σαν επίπεδο αναφοράς των υψών την επιφάνεια του εδάφους $Z_0=0$

Τότε $h_1(z=-30)=-30-1163=-1193$ cm, $h_2(z=-100)=-100-1078=-1178$ cm και $h_3(z=-200)=-200-1054=-1254$ cm. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι το νερό θα κινηθεί από το πλακίδιο 2 προς το 1 και από το πλακίδιο 2 προς το 3. Εάν θεωρήσουμε μια μέση τιμή του Η ανάμεσα στο 1-2, $\bar{H} = -1120$ cm τότε η θα είναι K=0.018 cm/day ενώ η μέση ταχύτητα του νερού βρίσκεται από την εφαρμογή του ν. Darcy ανάμεσα στα 1-2. $u_{1-2} = -0.018 \text{ cm/day} \frac{-1178+1193}{-100+30} = -0.018 \frac{15}{-70} = 0.0038 \text{ cm/day}$. Με τον ίδιο τρόπο εργαζόμαστε και ανάμεσα στα 2-3 όπου $u_{2-3} = -0.018$ cm/day

16. Στο σχήμα παρουσιάζεται ομοιογενής πορώδης στήλη. Στο αριστερό άκρο διατηρείται σταθερή στάθμη νερού ύψους 6 cm, ενώ στο άλλο άκρο το νερό εκρέει ελεύθερα. Αν έχουν διαμορφωθεί συνθήκες σταθερής ροής, να βρείτε τα φορτία πίεσης, βαρύτητας και υδραυλικού φορτίου στις θέσεις 1 - 5.



Λύση

Τα υδραυλικά φορτία στις θέσεις 1 έως 5 είναι

$h_1=H_1+z_1=36+6=42$ cm

$h_2=H_2+z_2=24+ H_2$

$h_3=H_3+z_3=0+ H_3= H_3$

$h_4=H_4+z_4=0+ H_4$

$h_5=H_5+z=18+0=18$ cm

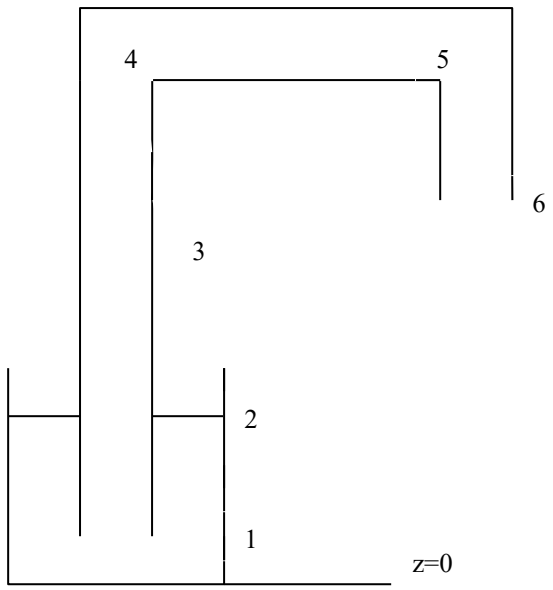
Εφόσον έχει διαμορφωθεί σταθερή ροή τότε πρέπει

$$\left|\left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)\right|_{1-2}=\left|\left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)\right|_{2-3}=\left|\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)\right|_{3-4}=\left|\left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)\right|_{4-5}$$

Οι τιμές που προκύπτουν είναι $H_2=34.8$ cm, $H_3=44.5$ cm και $H_4=28.6$ cm. Οπότε $h_2=58.8$ cm, $h_3=44.5$ cm και $h_4=28.6$ cm.

17. Δίνεται ομοιογενής πορώδης στήλη, όπως στο παρακάτω σχήμα. Το αριστερό σκέλος της στήλης είναι βυθισμένο σε λεκάνη με νερό, του οποίου η στάθμη διατηρείται σταθερή, ενώ από το ανοικτό άκρο στο δεξιό σκέλος έχει εμποδιστεί η εξάτμιση για αρκετό χρόνο, έτσι ώστε η εν λόγω στήλη να καταλήξει σε ισορροπία, δηλαδή να μην υπάρχει ροή νερού. Με αυτά τα δεδομένα να βρείτε τις τιμές του φορτίου πίεσης στις θέσεις 1 έως 6 όπου $z_1=6$, $z_2=15$, $z_3=30$, $z_4=45$, $z_5=45$ και $z_6=37$ cm.

Λύση



$h_1=H_1+z_1=9+6=15$ cm

$h_2=H_2+z_2=0+15=15$ cm

$h_3=H_3+z_3=H_3+30$ cm

$h_4=H_4+z_4=H_4+45$ cm

$h_5=H_5+z_5=H_5+45$ cm

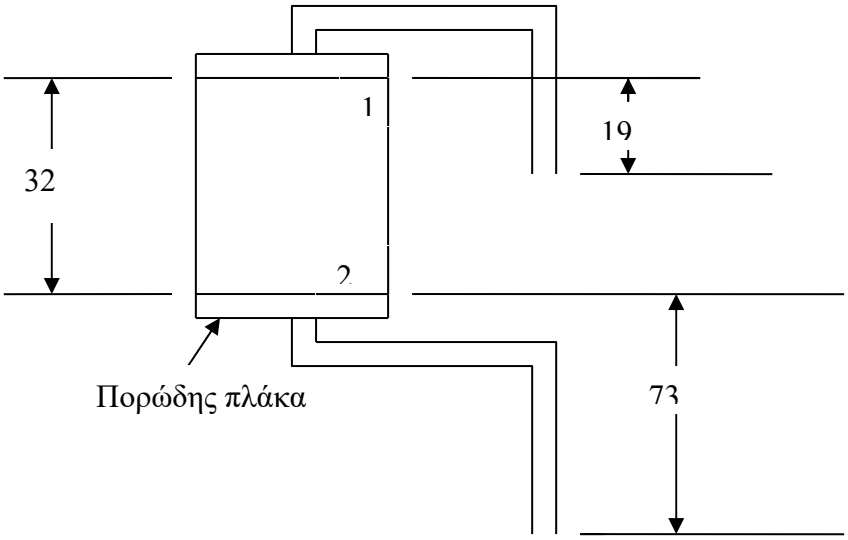
$h_6=H_6+z_6=H_6+37$ cm

Αφού δεν υπάρχει ροή νερού τότε οι κλίσεις του υδραυλικού φορτίου, είτε κατά την κατακόρυφο ή την οριζόντια κατεύθυνση είναι μηδενικές και τα υδραυλικά φορτία είναι ίσα σε όλα τα σημεία της στήλης. Εφόσον γνωρίζουμε την τιμή του υδραυλικού φορτίου στα σημεία 1 και 2 αυτή η τιμή τότε η τιμή αυτή θα ισχύει για όλα τα υδραυλικά φορτία. Ετσι οι τιμές του φορτίου πίεσης θα είναι $H_3=-15$, $H_4=-30$, $H_5=-30$ και $H_6=-22$

18. Στο πιο κάτω σχήμα εξασφαλίζονται συνθήκες σταθερής κατάστασης με παροχή $q=119$ cm^3/h. Να υποδείξετε την κατεύθυνση ροής (προς τα επάνω ή προς τα κάτω), το μέσο φορτίο πίεσης στην πορώδη στήλη καθώς και την υδραυλική

αγωγιμότητα K(cm/h). Το επίπεδο αναφοράς των υψών βρίσκεται 122 cm κάτω από το σημείο 2 και η διάμετρος της στήλης είναι D=15 cm.

Λύση



Εξετάζονται οι θέσεις 1 και 2. Σύμφωνα με το σχήμα z_1=154 cm και z_2=122 cm. Αντίστοιχα τα H_1=-19 cm και H_2=-73 cm. Δηλαδή h_1=154-19=135 cm και h_2=49 cm. Είναι φανερό ότι το νερό κινείται από το σημείο 1 προς το σημείο 2 δηλαδή από πάνω προς τα κάτω.

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{h_1 - h_2}{z_1 - z_2} = \frac{135-49}{154-122} = \frac{86}{32} > 0$$

$$q = A|u_z| = \pi \frac{D^2}{4} K\left(\frac{86}{32}\right) = \pi \frac{225\ \text{cm}^2}{4} K\left(\frac{86}{32}\right) = 119\ \text{cm}^3/h \rightarrow K = 0.252\ \text{cm}/h$$

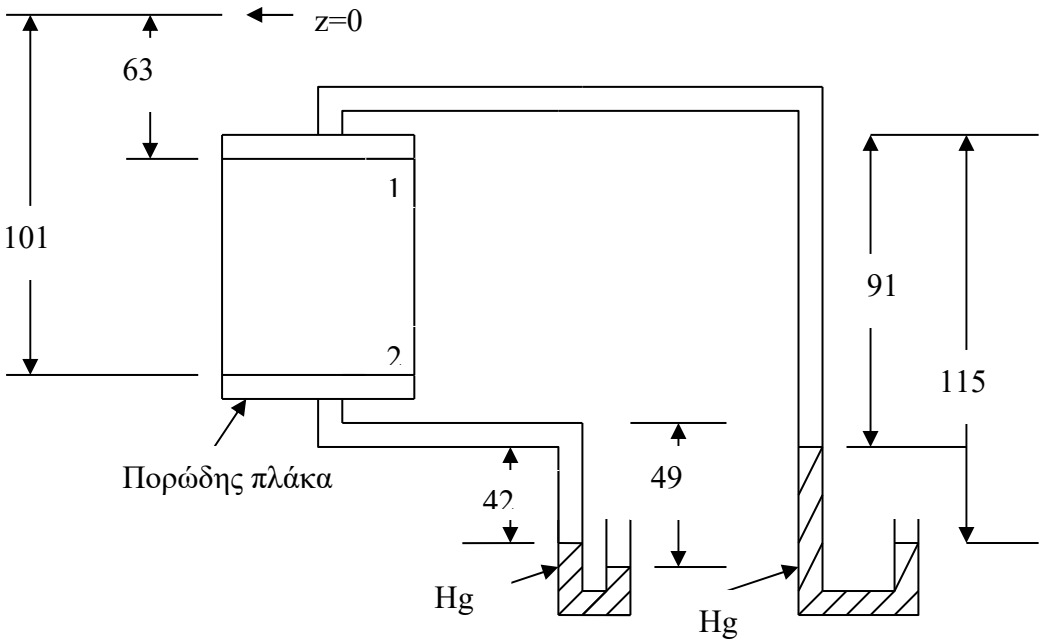
$$\bar{H} = \frac{H_2 + H_2}{2} = \frac{-19-73}{2} = -46\ \text{cm}$$

$$\text{K}(\text{-46 cm}) = 0.252\ \text{cm/h}$$

19. Τα ίδια με προηγούμενη άσκηση μόνο που εδώ εκτός από νερό έχουμε και Hg και q=53 cm^3/h. Ζητούνται η κατεύθυνση ροής, το μέσο φορτίο πίεσης και η

υδραυλική αγωγιμότητα K (cm/h). Το σημείο αναφοράς των υψών φαίνεται στο σχήμα.

Λύση



Στην θέση 1 z_1=-63 cm και το φορτίο πίεσης H_1 αντιστοιχεί σε στήλη νερού 91 cm καθώς και σε στήλη υδραργύρου (115-91=24 cm). Δηλαδή H_1=-91-24*13.6=-417.4 cm. Στην θέση 2 z_2=-101 cm και το αντίστοιχο φορτίο πίεσης H_2 θα είναι H_2=-42-7*13.6=-137.2 cm.

Από τα παραπάνω έχουμε

$h_1=z_1+H_1$=-63-417.4=-480.4 cm

$h_2=z_2+H$=-101-137.2=-238.2 cm

Είναι φανερό ότι το νερό κινείται από την θέση 2 προς την θέση 1, δηλαδή από κάτω προς τα επάνω

$$u_z = -K\frac{\partial h}{\partial z}$$

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{h_1 - h_2}{z_1 - z_2} = \frac{-480.4-(-238.2)}{-63-(-101)} = \frac{-242.2}{38} < 0$$

$$\bar{H} = \frac{-417.4 - 137.2}{2} = -277.3 \text{ cm}$$

$$q = A|u_z| = \frac{\pi D^2}{4} K \left| \frac{242.2}{38} \right| = 53 \text{ cm}^3 / h \rightarrow K = 0.047 \text{ cm/h}$$

20. Αν υποθέσουμε ότι στις δύο προηγούμενες ερωτήσεις, είχαμε το ίδιο πορώδες μέσο και ότι $K(H)=K_s e^{(aH)}$, να βρείτε την Ks.

Λύση

$H = -277.3 \text{ cm} \rightarrow$ K(-277.3)=0.047 cm/h και

K(-46)=0.252 cm/h $\rightarrow K_s e^{-a46} = 0.252$ cm/h

K(-277.3)=0.047 cm/h $\rightarrow K_s e^{-a277.3} = 0.047$ cm/h

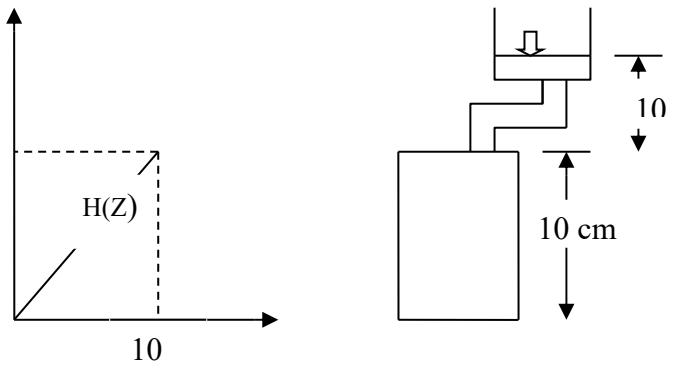
$$\frac{e^{-a46}}{e^{-a277.3}} = \frac{0.787}{0.047} = 5.36 \rightarrow a = 0.007 \ \frac{1}{\text{cm}}$$

0.252 cm/h=$K_s e^{-0.007x46} \rightarrow K_s = 0.348$ cm/h

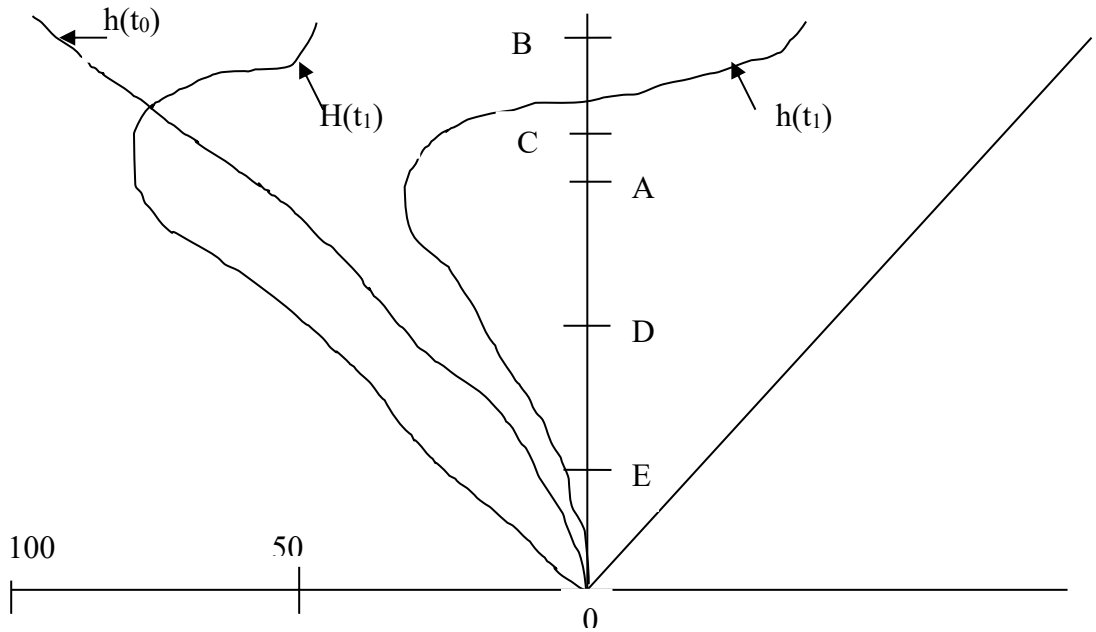
21. Σε κατακόρυφη στήλη εδάφους να δώσετε σχηματικά την περίπτωση σταθερής ροής με υδραυλική κλίση ίση με 2, φορτίο πίεσης στην επιφάνεια της στήλης 10 cm και με εκροή νερού από την βάση της στήλης. Να εξηγήσετε, βάσει του νόμου του Darcy το σχήμα σας.

Λύση

Εφόσον η κλίση είναι 2 τότε $\frac{dH}{dz} + 1 = 2 \rightarrow \frac{dH}{dz} = 1 \rightarrow H = z + c$. Όμως αφού στο z=0 το H=0 τότε το c=0. Αρα H=z. Επειδή στο άνω σημείο της στήλης το φορτίο πίεσης είναι 10 cm τότε και το μήκος της θα είναι 10 cm. Οπότε το υδραυλικό φορτίο στην άνω επιφάνεια της στήλης θα είναι 20 cm και στην κάτω επιφάνεια που εκρέει ελεύθερα στην ατμόσφαιρα θα είναι 0 cm.



22. Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η κατατομή του υδραυλικού φορτίου σε δύο χρονικές στιγμές t_0 και t_1 και η κατατομή του φορτίου πίεσης κατά την στιγμή t_1 σε ένα ομοιογενές έδαφος.



Α) Ποια είναι η κατεύθυνση του νερού κατά την χρονική στιγμή t_0;

Η κίνηση του νερού είναι προς τα επάνω διότι το υδραυλικό φορτίο μειώνεται με την αύξηση του z

Β) Είναι δυνατόν να υπάρχει στρώση νερού στην επιφάνεια του εδάφους κατά την στιγμή t_1

Κατά την στιγμή t_1 δεν υπάρχει στρώση νερού στην επιφάνεια διότι το φορτίο πίεσης είναι αρνητικό

Γ) Ποιά είναι η κατεύθυνση κίνησης του νερού στα σημεία B,C,A,D και E; Υπογράμμισε την σωστή απάντηση

B	Πάνω	<u>Κάτω</u>
C	Πάνω	<u>Κάτω</u>
A	Πάνω	Κάτω*
D	<u>Πάνω</u>	Κάτω
E	<u>Πάνω</u>	Κάτω

* Στο σημείο A το νερό δεν κινείται γιατί η κλίση του υδραυλικού φορτίου στο σημείο αυτό είναι μηδέν.

Δ) Είναι το εδαφικό προφίλ σε ισορροπία;

Όχι. Για να είναι σε ισορροπία και να μην κινείται το νερό πρέπει το υδραυλικό φορτίο να είναι ίδιο, να έχει την ίδια τιμή σε κάθε σημείο του εδαφικού προφίλ.

Ε) Τι μπορεί να έχει συμβεί ανάμεσα στις στιγμές t_0 και t_1;

Η πιθανότερη εκδοχή είναι να έχει υπάρξει άρδευση αφού το υδραυλικό φορτίο αυξάνεται στο επάνω μέρος του εδαφικού προφίλ.

23. Να εξηγήσετε, με βάση τα δεδομένα που αναφέρονται σε μετρήσεις της K_s, ότι η κατανομή που ακολουθεί η ιδιότητα αυτή ΔΕΝ μπορεί να είναι κανονική. Τα δεδομένα είναι: $\bar{K}_s = 100$ cm/d και CV=0.5 (CV:Συντελεστής παραλλακτικότητας)

Λύση

$CV = \frac{S}{\mu}$ όπου S =τυπική απόκλιση και μ=μέση τιμή. Από τα δεδομένα προκύπτει ότι η S=50 cm/d. Αν η K_s ακολουθούσε κανονική κατανομή η πυκνότητα πιθανότητας της $f(x)$ θα ήταν συμμετρική στην μέση τιμή. Εξάλλου $P(\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma) > 0.75$. Αλλά από τα δεδομένα μ-2σ=0. Αρα θα έπρεπε 12.25% από τις τιμές της K_s να ήταν μικρότερες του μηδενός δηλαδή αρνητικές, πράγμα απαράδεκτο.

24. Από 20 μετρήσεις διηθητικότητας βρέθηκε ότι $\bar{K}_s = 100$ cm/d και CV=0.2. Τι θα άλλαζε στην μέση τιμή και στην CV αν η επόμενη μέτρηση ήταν K_s=500 cm/d

Λύση

$$\sum_{i=1}^{20} X_i = 20*100 = 2000$$

Η καινούργια μέση τιμή θα είναι $\mu = \frac{1}{21}\sum_{i=1}^{21} X_i = \frac{1}{21}\left[\sum_{i=1}^{20} X_i + 500\right] = \frac{2500}{21} = 119$

Δηλαδή η καινούργια μέση τιμή είναι κατά 19% μεγαλύτερη από την προηγούμενη.

Η διακύμανση προκειμένου για δείγμα N μετρήσεων δίνεται από την σχέση

$$S^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \mu\right)^2 \qquad (1)$$

$$S^2 = \frac{1}{N-1}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - N\mu^2\right] \qquad (2)$$

Ετσι η αρχική διακύμανση θα είναι

$$S^2 = \left(\mu CV\right)^2 = 400$$

Από την (2) έπεται ότι $400 = \frac{1}{19}\left[\sum_{i=1}^{20} X_i^2 - 20*10000\right] \rightarrow \sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 207600$

Το νέο άθροισμα θα είναι $\sum_{i=1}^{21} X_i^2 = 207600 + 250000 = 457600$

Αρα η καινούργια διασπορά θα είναι $S^2 = \frac{1}{20}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^{\,2} - 21*119^2\right]$ =8011

Ετσι η νέα τιμή του συντελεστή παραλλακτικότητας θα είναι

$$CV = \frac{\sqrt{8011}}{119} = 0.75$$

Παρατηρούμε ότι με μία επιπλέον ακραία μέτρηση αυξάνεται το CV από 20% σε 75%.

25. Η ΧΚΥ ενός πορώδους μέσου δίνεται από τα στοιχεία του πίνακα

θ (cm^3/cm^3)	H (cm)
0.40	0
0.35	-13
0.30	-27
0.25	-47
0.20	-148
0.15	-345

Να υπολογίσετε την σχέση Κ(θ) από την εξίσωση, θεωρώντας Ks=100 cm/d

$K\left(\theta_S - i\Delta\theta\right) = \frac{\tau\gamma^2\Delta\theta}{2\mu\rho g}\sum_{j=i+1}^{m}\frac{1}{H_j^2}$ όπου τ =παράγοντας μαιανδρισμού. Για Δθ=0.05 cm^3/cm^3 ισχύει $\frac{\tau\gamma^2\Delta\theta}{2\mu\rho g} = \frac{70*70\ (\text{dyn/cm})^2*0.05}{2*1*10^{-2}\left(\frac{gr}{cm*s}\right)*1\left(\frac{gr}{cm^3}\right)*1000\frac{cm}{s^2}} = 1.06\ \frac{cm^3}{d}$

Απάντηση

θ (cm^3/cm^3)	H (cm)	i	$\frac{1}{H_j^2}$	K(θ)cm/sec)
0.4	0	0	0	0.00826339
0.35	13	1	0.00591716	0.0019912
0.3	27	2	0.001371742	0.000537154
0.25	47	3	0.000452694	5.72987E-05
0.2	148	4	4.56538E-05	8.90569E-06
0.15	345	5	8.4016E-06	

26. Τασίμετρο εγκατεστημένο σε βάθος 80 cm δείχνει ανύψωση 14 cm, με την ελεύθερη στάθμη του Hg να απέχει από το πορώδες κύπελλο του τασιμέτρου 160 cm. Η εξατμισοδιαπνοή εκφράζεται από την σχέση $E(t) = E_0 e^{-\beta t}$ (t σε ημέρες, E(t) σε mm/ημέρα, β σε (ημέρα)$^{-1}$, E_0=6 mm/ημέρα).

Αν στην ανώτερη εδαφική στρώση των 120 cm θεωρούμε ότι οι απώλειες νερού οφείλονται μόνο στην εξατμισοδιαπνοή και ότι η εδαφική αυτή στρώση εκφράζεται από το τασίμετρο, και αν η ΧΚΥ δίνεται από την σχέση $\theta(\mathrm{H}) = \theta_s + \alpha \mathrm{H},\ \mathrm{H} \in [-800, 0]$ με θ_s=0.4 cm^3/cm^3 και αν η ένταση της εξατμισοδιαπνοής σε 4 ημέρες μειώνεται σε 4 mm/ημέρα, να βρείτε το φορτίο πίεσης Η που θα διαμορφωθεί σε 5 και σε 10 ημέρες.

Λύση

Η παράμετρος β στην εξίσωση της εξατμισοδιαπνοής υπολογίζεται από την εξίσωση $4 \text{ mm/day} = 6 \text{ mm/day} * e^{-4\beta} \rightarrow \beta = \frac{\ln(4/6)}{-4} = 0.1 \text{ day}^{-1}$ χρησιμοποιώντας τα δεδομένα για τις 4 ημέρες.

Η παράμετρος α υπολογίζεται από την εξίσωση της ΧΚΥ όταν H=-800 cm και η θ=0

$$a = \frac{-\theta_s}{-800} = 0.0005 \left(\frac{1}{\text{cm}}\right)$$

Από το τασίμετρο βρίσκεται το φορτίο πίεσης του εδαφικού νερού στην αρχική κατάσταση H=174-13.6*14=-16 cm, οπότε η θ από την εξίσωση ΧΚΥ είναι

Θ=0.4+0.005*(-16)=0.392 cm^3/cm^3. Το ύψος του νερού μέχρι το βάθος των 120 cm είναι I=120*0.392=47.04 cm=470.4 mm.

Οι απώλειες λόγω εξάτμισης κάθε ημέρα μέχρι την 4η ημέρα θα είναι

$E_1 = 6 * e^{-0.1} = 5.42\ mm$

$E_2 = 4.9$ mm

$E_3 = 4.4\ mm$

$E_4 = 4.02\ mm$

Η θ την 5η θα είναι $\theta = \frac{470.04 - 5.42 - 4.9 - 4.4 - 4.02}{120} = 0.376\ cm^3/cm^3$ οπότε το φορτίο πίεσης H=$\frac{0.376 - 0.4}{0.0005} = -48$ cm

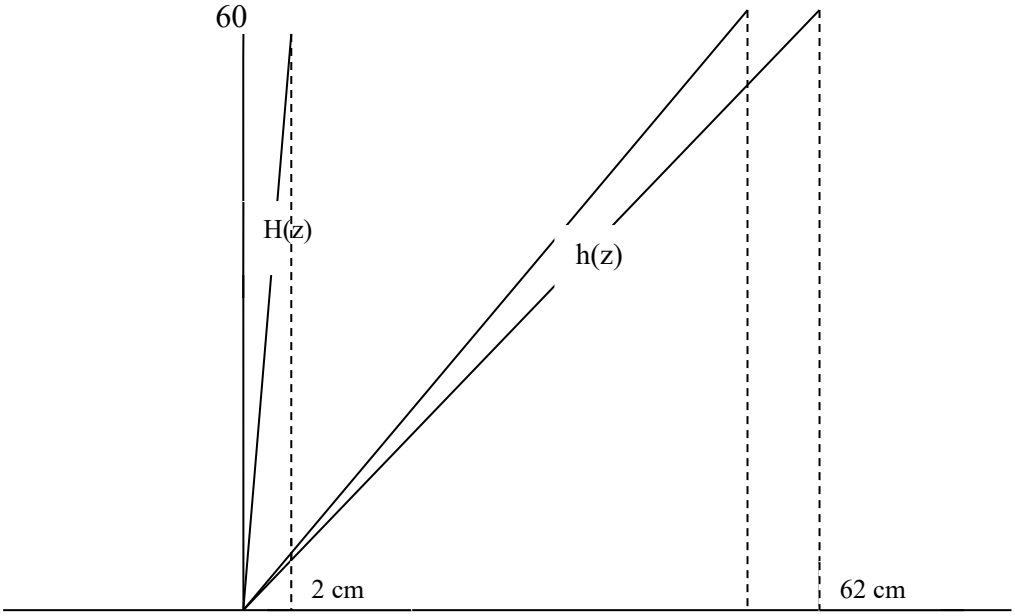
Με την ίδια μεθοδολογία βρίσκουμε και το φορτίο πίεσης την 10η ημέρα.

Ενας άλλος τρόπος είναι με ολοκλήρωση της σχέσης

$$E = \int_{t=0}^{t=5} E(t)dt = E_0 \int_0^t e^{-\beta t} dt = -\frac{E_0}{\beta} e^{-\beta t}\Big|_0^t = \frac{E_0}{\beta}\left(1 - e^{-\beta t}\right)$$

27. Σε κατακόρυφη εδαφική στήλη μήκους 60 cm υπάρχει λεπτή στρώση νερού σταθερού πάχους 2 cm στην ανώτερή της επιφάνεια. Νερό εκρέει από την βάση της στήλης με σταθερή ταχύτητα 0.5 cm/h. Να σχεδιάσετε τις κατατομές θ, H, h και να υπολογίσετε την K_s καθώς και το φορτίο πίεσης στο μέσον της στήλης.

Λύση



Το φορτίο πίεσης στην επάνω επιφάνεια της στήλης είναι 2 cm, ενώ το υδραυλικό φορτίο h=H+z=2+60=62 cm= Στην κάτω επιφάνεια το φορτίο πίεσης είναι 0 καθώς και το φορτίο βαρύτητας και άρα και το υδραυλικό φορτίο θα είναι μηδέν. Το φορτίο πίεσης στο μέσον της στήλης θα είναι 1 cm και η K_s=0.485 cm/h.